

a) max, min prvky

- může jich být více pokud jsou vzájemně neporovnatelné

b) největší, nejmenší prvek → POSET
(značíme: 1) (značíme: 0)

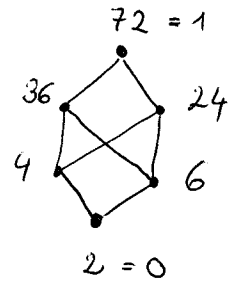
největší prvek x : $\forall y \in X, y \leq x$ (např. prvek x je dělitelný všemi prvky z množiny)

c) SVAZ

\exists sup a inf pro každé 2 prvky množiny

ZNAČENÍ: supremum $x \vee y$
infimum $x \wedge y$

Pr: $x R y \Leftrightarrow x$ dělí y



$4 \wedge 6 = 2$

$4 \vee 6 = 12$ → může to být 36 nebo 24, ale tyto prvky jsou (neporovnatelné), takže není

neporovnatelné
nemáme rozhodnout

d) i) komplementární SVAZ

- ke \forall prvků \exists doplněk!

značení: $x \rightarrow \overline{x}$ - doplněk prvku x

- doplněk se také jinak nazývá komplement

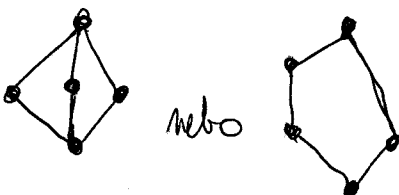
- z definice platí: $\overline{\overline{x}} = x, \overline{0} = 1, \overline{1} = 0$

- pravidlo pro určování doplněk:

$x \vee \overline{x} = 1$ (supremum prvku x a jeho doplněk musí být prvek největší)
 $x \wedge \overline{x} = 0$

ii) distributivní SVAZ

- SVAZ je distributivní \Leftrightarrow pokud se v Hasseově diagramu vyskytnou základní obrazy jako podsvaz.



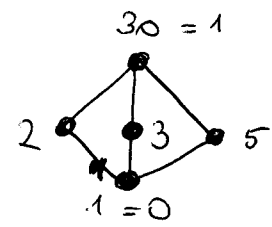
Základní struktury

PODSVAZ: $(M, \leq) \rightarrow (N, \leq)$ je podsvaz, pokud $N \subseteq M$ a suprema a infima na N jsou stejné jako na M .

DISTRIBUTIVNÍ a KOMPLEMENTÁRNÍ SVAZ \Rightarrow BOOLEVA ALGEBRA

PŘÍKLADY:

① $X = \{1, 2, 3, 5, 30\}$, $xRy: x \text{ dělí } y$



a) $\max = 30$, $\min = 1$

b) $\text{největší} = 30$, $\text{nejmenší} = 1$

c) je to SVAZ

d) distributivní?

\Rightarrow není distributivní
(Hasseim diag. je zak. struktura)

e) není Booleana algebra, protože se nejedná o distributivní svaz

d) komplementy:

$$\bar{0} = 1$$

$$\bar{1} = 0$$

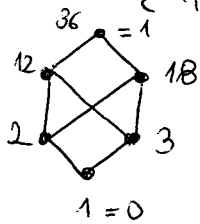
$$\bar{2} = 3, \bar{3} = 5$$

$$\bar{5} = 2, \bar{30} = 1$$

$$\bar{30} = 1, \bar{1} = 30$$

\Rightarrow je to komplementární SVAZ

② $X = \{1, 2, 3, 12, 18, 36\}$, $xRy: x \text{ dělí } y$



a) 1, 0

b) 1, 0

c) $2 \wedge 3 = 1$

$2 \vee 3 = \bar{1}$ (bud^o 12 nebo 18 \Rightarrow nemůžeme rozhodnout)

\Rightarrow není svaz