

KIV/ZEP - 2011

Grafy na 1001 způsobů - II

- přesné vs. nepřesné
- se stejným počtem vrcholů vs. s různým počtem vrcholů
- využití
 - rozpoznávání (včetně 3D – Reebův graf),
 - analýza tvarů
 - plánování
 - deformace na základě skeletonu

Porovnávání grafů

- pro každý uzel grafu G_1 dáno, jak moc je podobný jednotlivým uzlům grafu G_2
 - heuristika podobnosti
 - záleží na konkrétní úloze
 - např. stupeň uzlu, velikost podstromů, vzdálenost v Euklidovském prostoru apod.
- chceme přiřadit každému uzlu grafu G_1 právě jeden uzel z G_2 tak, aby celková podobnost byla maximální

Hungarian marriage (Munkres)

- Příklad: 4 dělníci a 4 úlohy k vykonání
 - každý dělník potřebuje jiný čas
 - jak přidělit úlohy tak, aby celkový čas provedení všech úloh byl minimální?
 - brute-force: vygenerovat všechny možnosti a porovnat je $\rightarrow O(n!)$

	Úloha 1	Úloha 2	Úloha 3	Úloha 4
Dělník 1	14	5	8	5
Dělník 2	2	12	6	5
Dělník 3	7	8	3	9
Dělník 4	2	4	6	10

Hungarian marriage (Munkres)

- Od každého řádku odečti jeho minimum
 - přidání konstanty nezmění výsledné přiřazení

	Úloha 1	Úloha 2	Úloha 3	Úloha 4
Dělník 1	14	5	8	5
Dělník 2	2	12	6	5
Dělník 3	7	8	3	9
Dělník 4	2	4	6	10

Hungarian marriage (Munkres)

- Od každého řádku odečti jeho minimum
 - přidání konstanty nezmění výsledné přiřazení

	Úloha 1	Úloha 2	Úloha 3	Úloha 4
Dělník 1	9	0	3	0
Dělník 2	0	10	4	3
Dělník 3	4	5	0	6
Dělník 4	0	2	4	8

Hungarian marriage (Munkres)

- Nalezni největší množinu nezávislých nul
 - dvě nuly jsou nezávislé, pokud leží v různých řádcích a různých sloupcích
 - odpovídá minimálnímu počtu čar potřebných k pokrytí všech nul v tabulce

	Úloha 1	Úloha 2	Úloha 3	Úloha 4
Dělník 1	9	0	3	0
Dělník 2	0	10	4	3
Dělník 3	4	5	0	6
Dělník 4	0	2	4	8

Hungarian marriage (Munkres)

- Jak nalézt čáry?

- označ * každou nulu, pro kterou v tabulce není 0* na tomtéž řádku ani sloupci
- přikryj čarou každý sloupec s 0*

	Úloha 1	Úloha 2	Úloha 3	Úloha 4
Dělník 1	9	0*	3	0
Dělník 2	0*	10	4	3
Dělník 3	4	5	0*	6
Dělník 4	0	2	4	8

Hungarian marriage (Munkres)

- Je-li počet čar = počet úloh, jsme hotovi
 - optimální přiřazení je na pozicích s 0*
- Je-li nějaká nezakrytá 0 v řádku s 0*
 - označ ji 0', odkryj sloupec s 0* a přikryj řádek

	Úloha 1	Úloha 2	Úloha 3	Úloha 4
Dělník 1	9	0*	3	0'
Dělník 2	0*	10	4	3
Dělník 3	4	5	0*	6
Dělník 4	0	2	4	8

Hungarian marriage (Munkres)

- Pokud není hotovo
 - nalezni minimum v nezakrytých buňkách
 - odečti minimum od všech nezakrytých a přičti ho ke všem buňkám zakrytým více čarami

	Úloha 1	Úloha 2	Úloha 3	Úloha 4
Dělník 1	9	0	3	0
Dělník 2	0	10	4	3
Dělník 3	4	5	0	6
Dělník 4	0	2	4	8

Hungarian marriage (Munkres)

- Opakuj celý postup

	Úloha 1	Úloha 2	Úloha 3	Úloha 4
Dělník 1	11	0*	5	0
Dělník 2	0*	8	4	1
Dělník 3	4	3	0*	4
Dělník 4	0	0	4	6

Hungarian marriage (Munkres)

- Existuje nezakrytá nula a v řádku není 0^*
 - označ ji $0'$ a toto je člen a_1 posloupnosti střídajících se $0'$ a 0^*
 - necht' $a_i = 0'$, a_{i+1} je 0^* ve sloupci s a_i , a a_{i+2} je $0'$ v řádce s a_{i+1}

	Úloha 1	Úloha 2	Úloha 3	Úloha 4
Dělník 1	11	0^* (a_2)	5	$0'$ (a_3)
Dělník 2	0^*	8	4	1
Dělník 3	4	3	0^*	4
Dělník 4	0	$0'$ (a_1)	4	6

Hungarian marriage (Munkres)

- Změň 0^* v posloupnosti na 0 a $0'$ na 0^* , změň všechny $0'$ v tabulce na 0, zruš všechny horizontální čáry a pokračuj

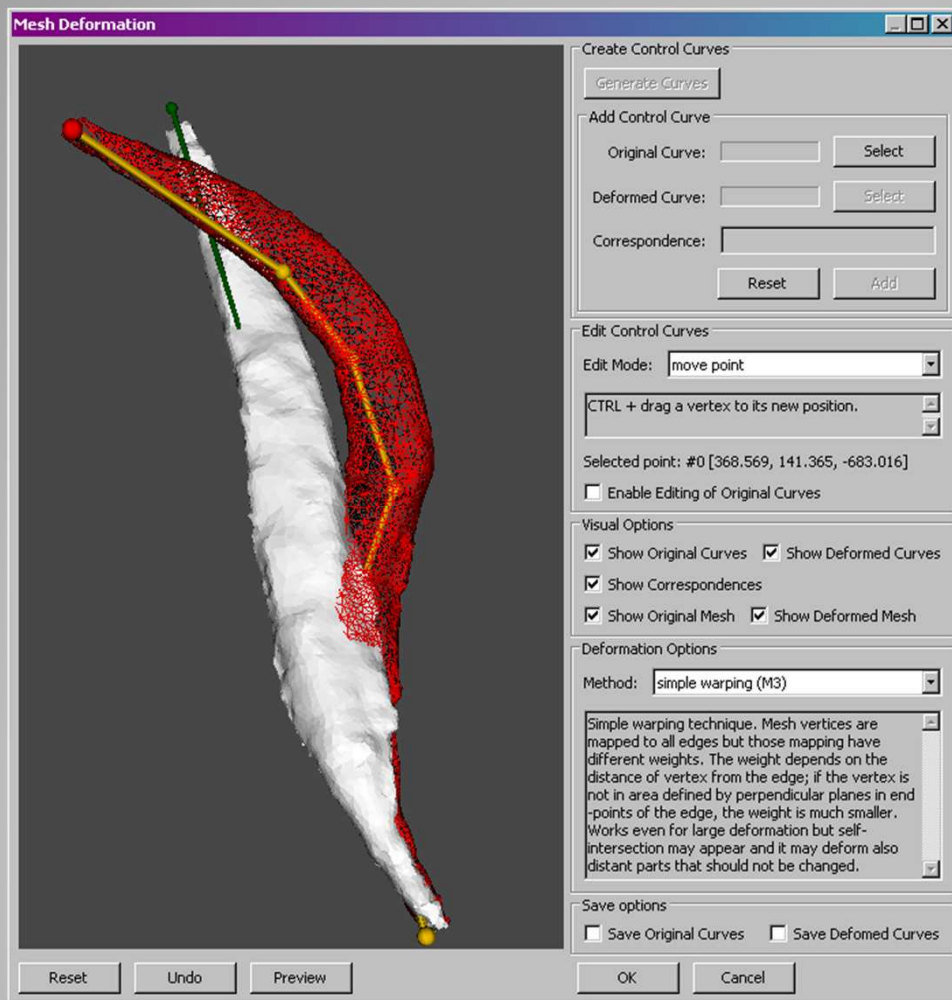
	Úloha 1	Úloha 2	Úloha 3	Úloha 4
Dělník 1	11	0	5	0^*
Dělník 2	0^*	8	4	1
Dělník 3	4	3	0^*	4
Dělník 4	0	0^*	4	6

Hungarian marriage (Munkres)

- A jsme hotovi
 - cena přiřazení: $2 + 4 + 3 + 5 = 14$
 - složitost $O(N^3)$

	Úloha 1	Úloha 2	Úloha 3	Úloha 4
Dělník 1	11	0	5	0*
Dělník 2	0*	8	4	1
Dělník 3	4	3	0*	4
Dělník 4	0	0*	4	6

Hungarian marriage (Munkres)

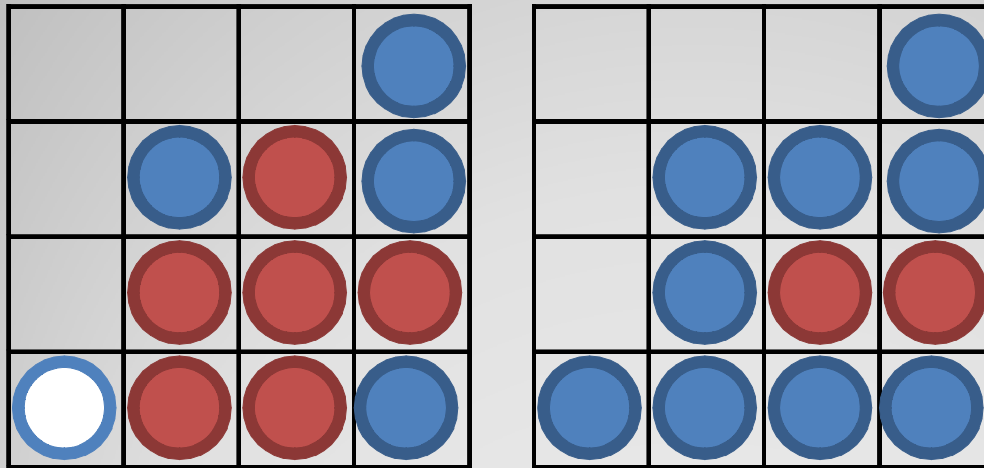


Ukázky

- Uzel grafu/stromu reprezentuje stav
- Hrany (orientované) reprezentují operace převádějící jeden stav na jiný
- Hrany/uzly často ohodnoceny
 - vyjadřuje cenu operace/význam stavu
 - závisí na konkrétní aplikaci
- Reversi
 - hra pro dva hráče na šachovnici 8x8
 - hráč musí umístit jeden kámen tak, aby došlo k reverzaci soupeřových kamenů
 - vyhrává ten, kdo má více kamenů, když šachovnice je zaplněná

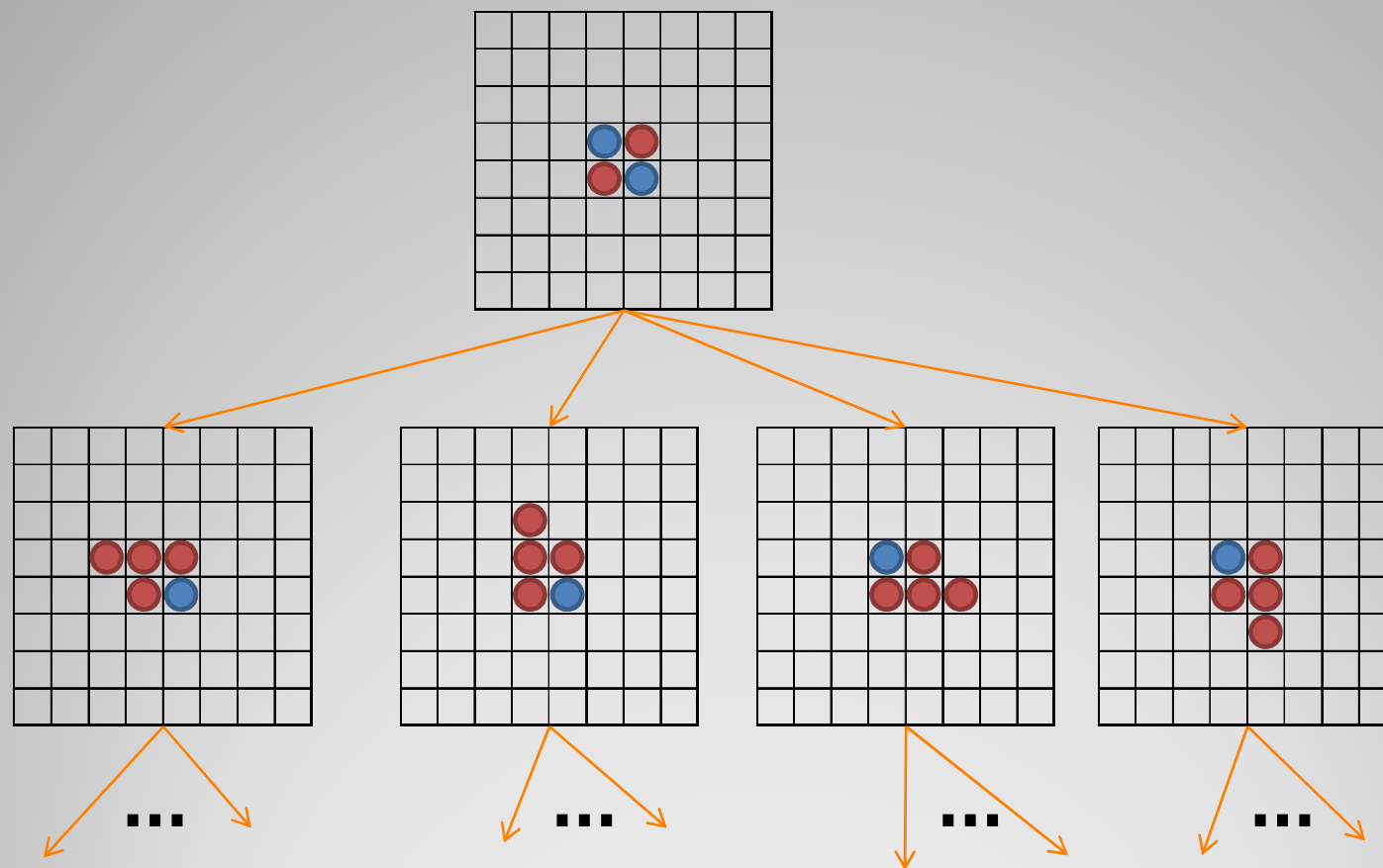
Stavový automat

- Reverzace kamenů
 - po umístění kamene se nahradí všechny soupeřovo kameny mezi tímto kamenem a jiným kamenem (ve všech osmi směrech)



Stavový automat

- n-ární stavový strom



Stavový automat

- Úplný strom obsahuje výherní stavy
 - lze nalézt postup vedoucí k výhře
 - počet úrovní (šachovnice 8x8) = 60
 - max. počet možností/úroveň = 60
 - celkový počet uzlů $\leq 60^{60}$
- Heuristika
 - stavy generovány průběžně
 - prořezávání – negeneruje se vše
 - ohodnocení stavu
 - rohy nejdůležitější, ...
- KIV/PRO

Stavový automat

- Úvod do paralelního programování a programování GPU

Příště