

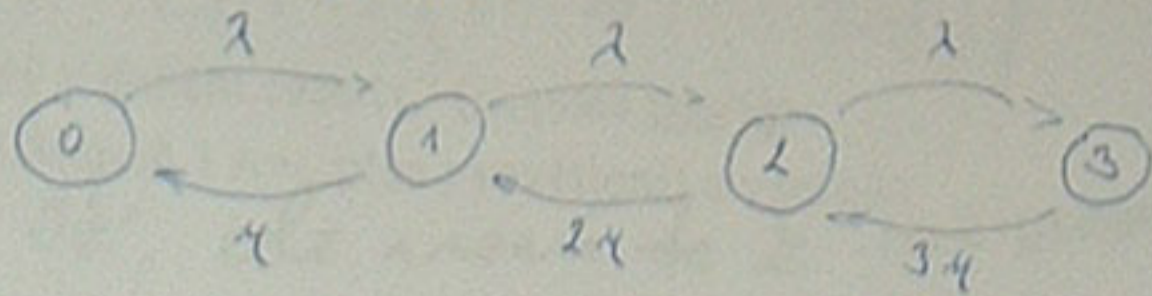
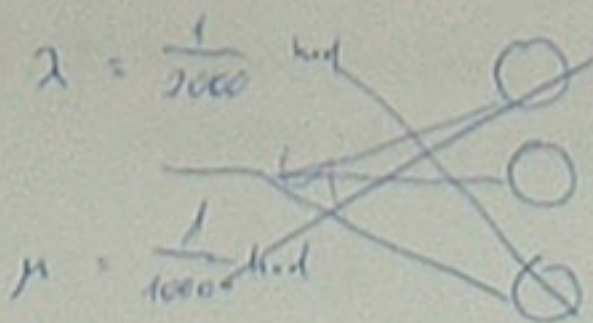
Část A (celkem 25 bodů)

$\Sigma 15$

I. [8b] Otevřený systém hromadné obsluhy je typu M/M/3 a má frontu FIFO s délkou omezenou na 1 požadavek. Do systému přichází požadavky se střední frekvencí 2000 pož./hod a jeden kanál obsluhy je schopen zpracovávat požadavky se střední frekvencí 1000 pož./hod.

a) [2b] Nakreslete graf přechodů markovského modelu systému.

2



b) [1b] Vysvětlete, co znamenají jednotlivé stavy a přechody.

0 - systém nepracuje  
 1 - pracuje jeden kanál  
 2 - pracují dva kanály  
 3 - pracují všechny tři kanály

$\lambda \rightarrow$  příchod požadavku  
 $\mu \rightarrow$  zpracování požadavku

1

c) [1b] Jaké jsou číselné hodnoty intenzit přechodů?

0 nevidím žádné číslo!  
 $\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$

???

d) [2b] Napište vzorec pro určení střední délky fronty ze známých limitních p-tí stavů modelu.

0

$L_q = \frac{\rho}{1-\rho}$

$\rho = \sum p_i \mu_i$   
 M/M/1/FIFO/ $\infty$   
 $\rightarrow$  jde i pro frontu

e) [2b] Jak se v tomto případě určí zatížení systému (jako celku)? Pokuste se napsat příslušný vzorec.

1,5

$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2000}{2000} = 1$

zřejmě zatížení pak bude vyšší dvojnásobně jak  $\rho = 1 - \rho_0$

spočet limitní předpoklad stavů  $\rho_0, \rho_1, \rho_2, \rho_3$

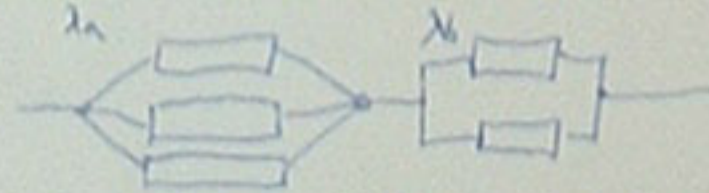
zatížení vzhledem k stavu 1, 2, 3 jen se stav 0 je systém nepracuje

2. [8b] Neobnovovaný počítačový systém se skládá ze tří prvků typu A a dvou prvků typu B. Jeden prvek každého typu pracuje, zbývající prvky jsou použity jako horká záloha - tj. jsou stále zapnuté. Známe intenzity poruch obou typů prvků ( $\lambda_a$ ,  $\lambda_b$ ).

1

a) [1b] Můžeme pro tento případ použít nějakou verzi sériově-paralelního spolehlivostního modelu? (zdůvodnění)

můžeme jde o statický spolehlivostní model



b) [1b] Můžeme zde použít markovský model? (jakou podmínkou je obecně vázáno jeho použití?)

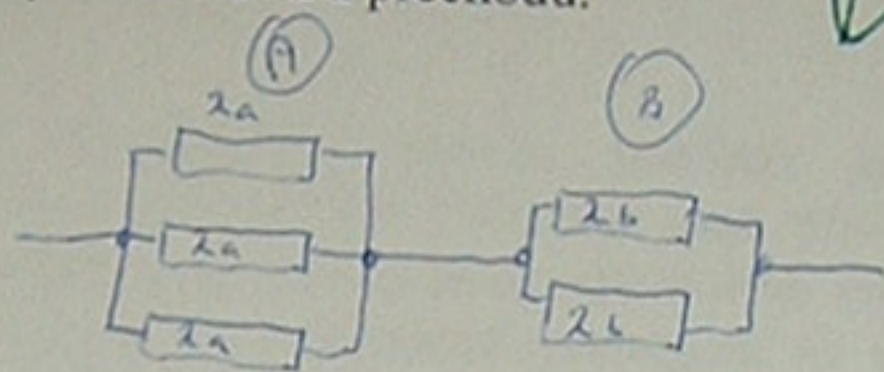
1

ANO - různé předpoklad je stacionární režim

ale  $\rho_i$  se liší!

c) [3b] Nakreslete graf přechodů markovského spolehlivostního modelu, stručně komentujte význam stavů a přechodů.

to není matk. model.



požad. v. padne jeden prvek B nebo i 2 prvky A nic se neděje systém běží dál

$$Q(t) = 1 - ((1 - (Q_A)^3)(1 - (Q_B)^2))$$

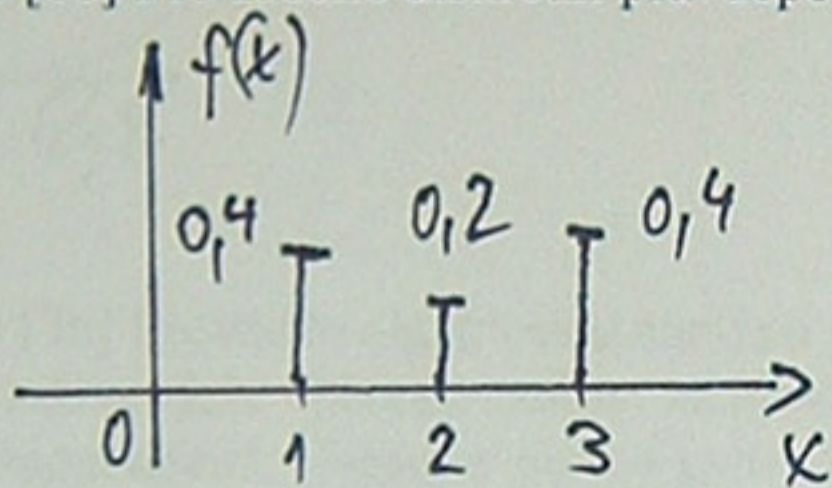
d) [3b] S jakou p-tí bude systém porouchaný v daném čase  $t_1$ ? (popište postup výpočtu včetně potřebných rovnic (alespoň 1 rov. plus vysvětlení) a vzorců).

$$Q(t) = 1 - e^{-2t}$$

OK, ale není to z m-modely

- spočítá pravděpodob. poruch pro dva paralelní části (kolek. stavů) a pak je vynásobím resp. vynásobím  $R = 1 - Q$  poté opět převedu na předp. poruchy  $Q$

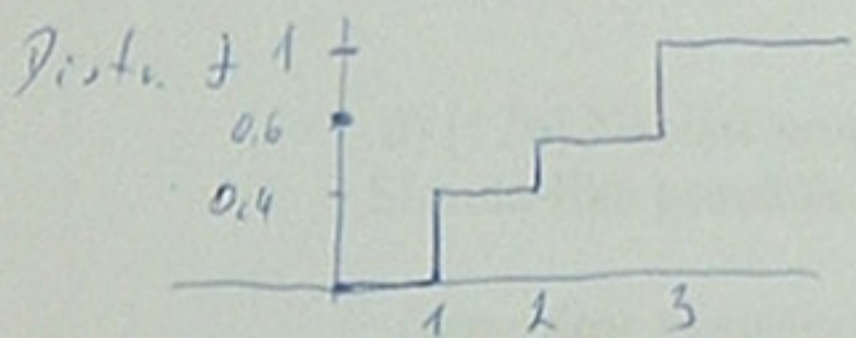
3. [6b] Pro zadané diskrétní pravděpodobnostní rozdělení:



- [1b] - určete číselně střední hodnotu
- [2b] - určete číselně rozptyl
- [1b] - nakreslete distribuční funkci
- [1b] - určete číselně, s jakou p-tí bude náhod. číslo  $x$  větší než 2.5
- [1b] - napište nějaký reprezentativní vzorek posloupnosti náh. čísel

Střední hodnota  $E = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i = 1 \cdot 0.4 + 2 \cdot 0.2 + 3 \cdot 0.4 = 0.4 + 0.4 + 1.2 = 2 \checkmark$

Rozptyl  $D = \sum_{i=1}^n (E - x_i)^2 \cdot p_i = 1^2 \cdot 0.4 + 0 \cdot 0.2 + (-1)^2 \cdot 0.4 = 0.4 + 0.4 = 0.8 \checkmark$



Vzorek čísel (10): 1, 3, 1, 2, 3, 2, 1, 3, 1, 3  $\checkmark$

$x$  bude větší než 2.5 s  $P = 0.4 \checkmark$

4. [3b] Jaké testy byste provedli pro ověření správné funkce generátoru rozdělení z předchozího bodu 3? (slovní vysvětlení plus případně vzorečky)

- program - generátor náh. čísel - generovaná čísla by se porovnávala v daném rozsahu

2.2 to je hodnota nepřesné (treba by mohlo vyjít 2,5)

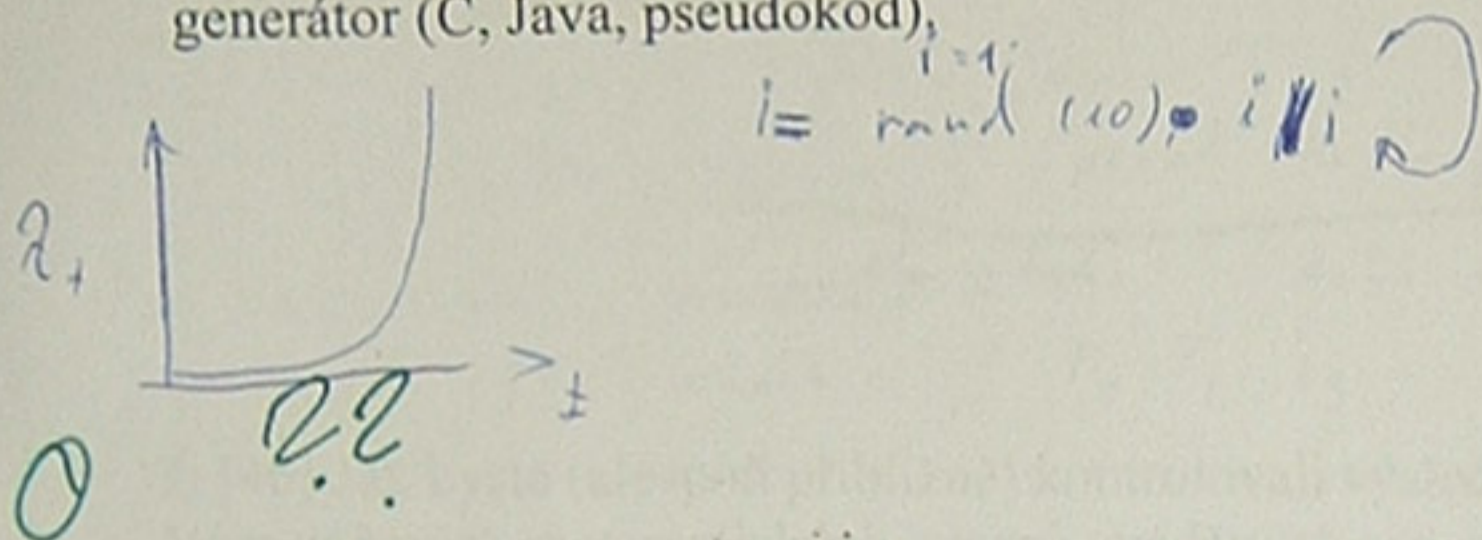
Část B (celkem 35 bodů, bude hodnocena jen pokud hodnocení části A převyší 15 bodů)

5. Do transakčního serveru přichází ke zpracování proud transakcí, pravděpodobnostní rozdělení intervalů mezi příchody je exponenciální s intenzitou  $\lambda$ . Transakce se zpracovávají sekvenčně. Transakcí jsou tři typy (typ 1, 2, 3 - náhodně smíchané a rovnoměrně zastoupené ve vstupním proudu) doba obsluhy je nenáhodná ( $T_1$  pro první typ,  $T_2$  pro druhý typ,  $T_3$  pro třetí typ). Chceme simulaci určit střední dobu zpracování transakce.

a) [1b] Proč nejde v tomto případě pro systém použít markovský model?

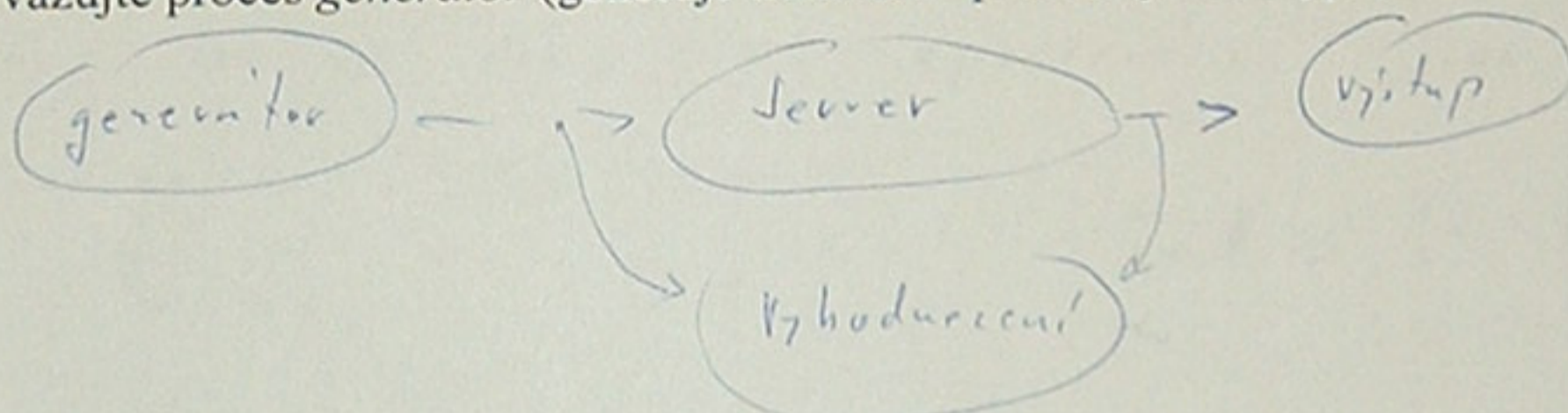
0,5 doba obsluhy je NE náhodná nemá exp. rozř.

b) [4b] Nakreslete pravděpodobnostní rozdělení pro typ transakce a napište příslušný generátor (C, Java, pseudokód),



c) [3b] Proveďte objektovou analýzu pro simulační aplikaci, tj. popište typy používaných. Nezapomeňte na proměnné (objekty) potřebné pro statistiku.

Doporučení: Uvažujte proces generátor (generuje transakce příslušných tří typů) a proces server.



d) [12b] Napište potřebné programy procesů (použijte pokud možno abstraktní Simula-like pseudokód, popřípadě C-Sim či J-Sim).

Generátor transakcí:

```
// rovnoměrné rozložení na intervalu <1,3>
double rand ( double a, double b ) {
    return ( a + (double)rand / (double)max ) * (b-a) ;
}
```

↑  
to není proces!  
(= vložka)

```

counter_trans = 0;
t = 0;
Server: while (end) {
  // generator by p = r.rand();
  if (transace T=1) { // zpracuje T1 }
  if ( " T=2 ) { // zpracuje T2 }
  if (trans T=3) { // zpracuje T3 }
  counter_trans ++
}
// celk. čas t = t + T1
// celk. čas t = t + T3
střední doba t / counter_trans;

```

není proces  
(totální nezralost  
principu distrib.  
(i.u.))

e) [3b] Jak se určí výsledná požadovaná statistika, tj střední doba zpracování transakce? (slovně shrnout)

- volit bych metodu "spion" a v některých náhodných intervalech záznam počít zastoupení jednotlivých typů transakcí ~~podle této~~ doba obsluhy je známá  $T_1, T_2, T_3$

ale to je přece hád!  
jednotl. typů

f) [4b] Jak byste (alespoň přibližně) kontrolovali výsledky získané simulací pomocí Vám známých matematických vzorců uváděných pro matematicky řešitelné elementární systémy hromadné obsluhy. (Slovně plus potřebné vzorečky)

- jednotlivé typy transakcí jsou rovnoměrně zastoupené ~~to~~ => doby jejich zpracování jsou také rovnoměrně zastoupené

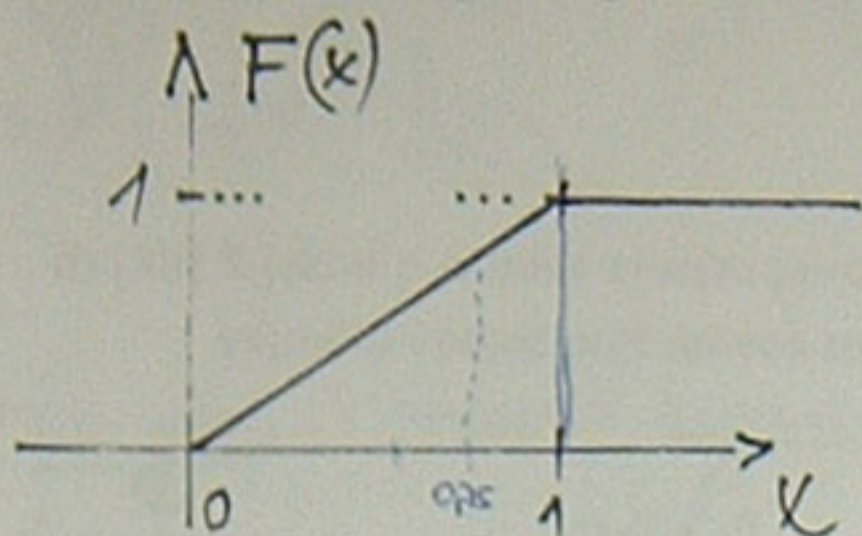
$$T_w \approx \frac{1}{3}T_1 + \frac{1}{3}T_2 + \frac{1}{3}T_3$$

$$T_q = T_w + T_s \quad T_s = \frac{1}{\lambda}$$

g) [8b] Jaké úpravy modelu byste udělali, pokud by bylo požadováno určit pravděpodobnostní rozdělení délky fronty transakcí čekajících na zpracování (tj. p-ti jednotlivých možných hodnot délky fronty). Popište slovně, můžete též použít kousky pseudokódu, vzorečky .... a co Vás napadne (případně na extra papír).

Část A (celkem 25 bodů)

1. [6b] Pro zadané pravděpodobnostní rozdělení:

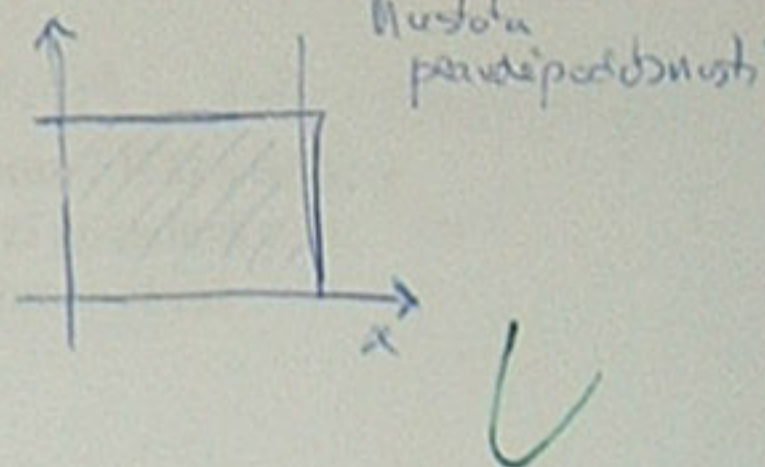


- [1b] - určete číselně střední hodnotu
- [2b] - určete číselně rozptyl
- [1b] - nakreslete hustotu pravděpodobnosti
- [1b] - určete číselně, s jakou p-tí bude náhod. číslo  $x$  větší než 0.75
- [1b] - napište nějaký reprezentativní vzorek posloupnosti náh. čísel

$$E(x) = \int_0^1 x \cdot f(x) dx = \int_0^1 x dx = \frac{1}{2} \quad \checkmark$$

$$D(x) = \int_0^1 (E(x) - x)^2 \cdot f(x) dx = \frac{1}{12} \quad \checkmark$$

$$P_{x > 0.75} = 0.25 \quad \checkmark$$



{0,33; 0,67; 0,2; 0,8; 0,4; 1; 0,6; 0, ...} \quad \checkmark

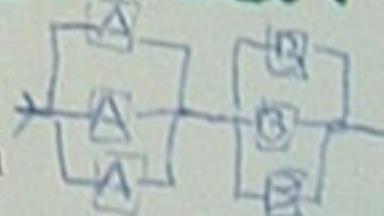
2. [3b] Jaké metody jdou principiálně použít pro generování náhodných čísel s rozdělením podle bodu 1? (slovní popis možnosti)

rovnoměrné rozdělení, gaussovo (normální) rozdělení, transformací metodou

~~to je to~~  
to je to

ale ta vychází právě z daného rozdel.

3. [8b] Neobnovovaný počítačový systém se skládá ze tří prvků typu A a tří prvků typu B. Jeden prvek každého typu pracuje, zbývající prvky jsou použity jako tzv studená záloha - zapínají se až po poruše pracujícího prvku. Známe intenzity poruch obou typů prvků ( $\lambda_a, \lambda_b$ ).



a) [1b] Můžeme pro tento případ použít nějakou verzi sériově-paralelního spolehlivostního modelu? (zdůvodnění)

muže. 3 prvky A zapojíme paralelně a sériově za ně připojíme další 3 paralelní spoje bloky B

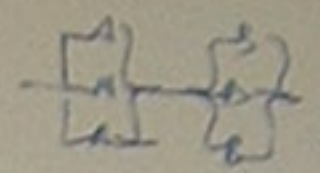
b) [1b] Můžeme zde použít markovský model? (jakou podmínkou je obecně vázáno jeho použití?)

muže

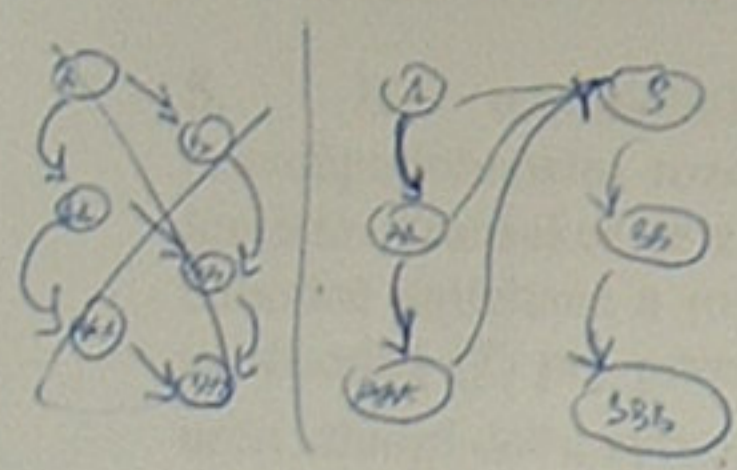
potud bude řízen blok A (nebo B) vyřazen, převezme jeho úlohu další blok. Při poruše 3 bloků A dojde k poruše systému (totožné pro B).

ne  
jde  
záv.  
sppl.  
chovávat

o



c) [3b] Nakreslete graf přechodů markovského spolehlivostního modelu, stručně komentujte význam stavů a přechodů.



2 stavy? přechody

SERVISÁČKÁ  
 $R(A) = \prod_{i=1}^n R_i(A)$   
 KANALY  
 $Q(A) = \prod_{i=1}^n Q_i(A)$

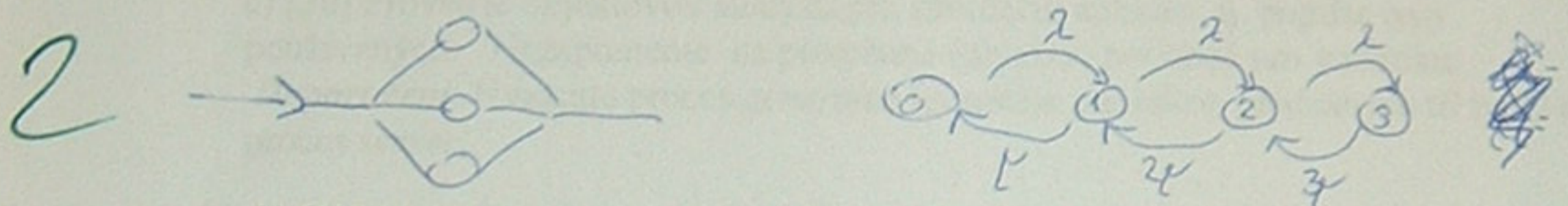
d) [3b] S jakou p-tí bude systém porouchaný v daném čase  $t_1$ ? (popište postup výpočtu včetně potřebných rovnic (alespoň 1 rov. plus vysvětlení) a vzorců).

1. hazardní rovnice, 1 nahradit normalizovanými Pak dopočítat pravděpodobnost  
 2. celé spletené

$P_i'(t) = -\lambda_i P_i(t) + \lambda_{i-1} P_{i-1}(t) + \lambda_{i+1} P_{i+1}(t)$  počet  $\lambda_i P_i(t)$  do uzlu vstupujících + počet  $\lambda_{i+1} P_{i+1}(t)$  z uzlu vystupujících

4. [8b] Otevřený systém hromadné obsluhy je typu M/M/3 a má frontu FIFO s délkou nula (tj. požadavky nemohou čekat na obsluhu). Do systému přichází požadavky se střední frekvencí 1000 pož./hod a jeden kanál obsluhy je schopen zpracovávat požadavky se střední frekvencí 500 pož./hod.

a) [2b] Nakreslete graf přechodů markovského modelu systému.



b) [1b] Vysvětlete, co znamenají jednotlivé stavy a přechody.

7

0 - do systému přišel nový požadavek  
 1 - 2 - 3 - zpracovávají požadavky  
 0 - právě ve frontě 0 požadavků  
 3 - 3 pož. ve frontě (max. stav)

c) [1b] Jaké jsou číselné hodnoty intenzit přechodů?

$\lambda = 1000 \text{ pož./hod}^{-1}$   
 $\mu = 500 \text{ pož./hod}^{-1}$

d) [2b] Napište vzorec pro určení střední délky fronty ze známých limitních p-tí stavů modelu.

~~$L_w = \frac{\rho^2}{(1-\rho)^2}$~~   ~~$L_s = \frac{\rho}{1-\rho}$~~   ~~$L_q = L_w + L_s = \frac{\rho^2}{(1-\rho)^2} + \frac{\rho}{1-\rho}$~~   
 $L_q = L_w + L_s = L_w + \lambda / \mu$  ;  $L_q = \lambda T_q$  ;  $L_w = \lambda T_w$   
 $L_q = \frac{\rho}{1-\rho}$   
 $T_q = \frac{1}{\mu - \lambda}$

e) [2b] Jak se v tomto případě určí zatížení systému (jako celku)? Pokuste se napsat příslušný vzorec.

lim. prav. stav  
 $\rho = \frac{\lambda}{m \mu} = \frac{1000}{3 \cdot 500} = \frac{2}{3}$

$P_0'(t) = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t)$   
 $P_1'(t) = \lambda P_0(t) - \lambda P_1(t) - \mu P_1(t) + 2\mu P_2(t)$   
 $P_2'(t) = \lambda P_1(t) - \lambda P_2(t) - 2\mu P_2(t) + 3\mu P_3(t)$   
 $P_3'(t) = \lambda P_2(t) - 3\mu P_3(t)$   
 a<sub>0</sub>, a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, a<sub>3</sub> hodnoty dle  
 $t \rightarrow \infty$   
 $0 = -\lambda P_0 + \mu P_1$   
 $0 = \lambda P_0 - \lambda P_1 - \mu P_1 + 2\mu P_2$   
 $0 = \lambda P_1 - \lambda P_2 - 2\mu P_2 + 3\mu P_3$   
 $0 = \lambda P_2 - 3\mu P_3$

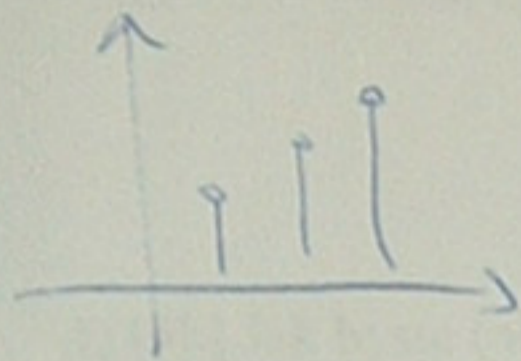
$P_0, P_1, P_2, P_3$   
 $0 = \frac{1}{3} P_1 + \frac{2}{3} P_2 + P_3$

**Část B (celkem 35 bodů, bude hodnocena jen pokud hodnocení části A převyšší 15 bodů)**

5. Do transakčního serveru přichází ke zpracování proud transakcí, pravděpodobnostní rozdělení intervalů mezi příchody je exponenciální s intenzitou  $\lambda$ . Transakce se zpracovávají sekvenčně. Transakcí jsou tři typy (typ 1, 2, 3 - náhodně smíchané a rovnoměrně zastoupené ve vstupním proudu) doba obsluhy je nenáhodná ( $T_1$  pro první typ,  $T_2$  pro druhý typ,  $T_3$  pro třetí typ). Chceme simulací určit střední dobu zpracování transakce.

a) [1b] Proč nejde v tomto případě pro systém použít markovský model?

b) [4b] Nakreslete pravděpodobnostní rozdělení pro typ transakce a napište příslušný generátor (C, Java, pseudokód).



c) [3b] Proveďte objektovou analýzu pro simulační aplikaci, tj. popište typy používaných. Nezapomeňte na proměnné (objekty) potřebné pro statistiku.

*Doporučení:* Uvažujte proces *generátor* (generuje transakce příslušných tří typů) a proces *server*.

d) [12b] Napište potřebné programy procesů (použijte pokud možno abstraktní Simula-like pseudokód, popřípadě C-Sim či J-Sim).

*Generátor transakcí:*

server:

e) [3b] Jak se určí výsledná požadovaná statistika, tj střední doba zpracování transakce? (slovně shrnout)

odčetání ~~z~~ koncového od počátečního času transakce

f) [4b] Jak byste (alespoň přibližně) kontrolovali výsledky získané simulací pomocí Vám známých matematických vzorců uváděných pro matematicky řešitelné elementární systémy hromadné obsluhy. (Slovně plus potřebné vzorečky)

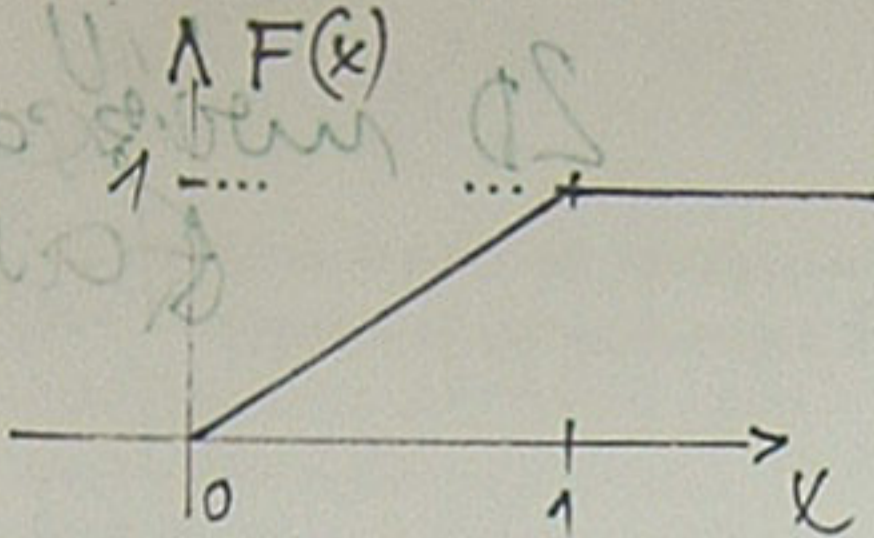
spatováním výpočtu (simulací)

g) [8b] Jaké úpravy modelu byste udělali, pokud by bylo požadováno určit pravděpodobnostní rozdělení délky fronty transakcí čekajících na zpracování (tj. p-ti jednotlivých možných hodnot délky fronty). Popište slovně, můžete též použít kousky pseudokódu, vzorečky .... a co Vás napadne (případně na extra papír).



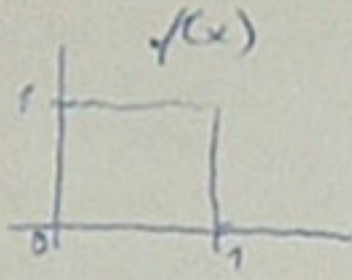
Část A (celkem 25 bodů)  $\Sigma 19$

1. [6b] Pro zadané pravděpodobnostní rozdělení:



- [1b] - určete číselně střední hodnotu
- [2b] - určete číselně rozptyl
- [1b] - nakreslete hustotu pravděpodobnosti
- [1b] - určete číselně, s jakou p-tí bude náhod. číslo  $x$  větší než 0.75
- [1b] - napište nějaký reprezentativní vzorek posloupnosti náh. čísel

$E = 0,5$   
 $D = 1/12$   
 $\frac{1}{12}$



$P(x > 0,75) = 35\%$  ← shad 25

$\{0,5; 0,3; 0,6; 0,1; 0,7; 0,2; 0,8; 0,4; 0,9\}$   
 $\Rightarrow$  čísla musí být rozněmá gen. v intervalu (0,1),  
 každé se stejnou p-pí z'sytku  
 napiš. z 10 čísel zasloupené každé 1

5

2. [3b] Jaké metody jdou principiálně použít pro generování náhodných čísel s rozdělením podle bodu 1? (slovní popis možností)

- principiálně lze použít metody:

- transformací  
 - vyhledávání

- jedná se o náhodné množinové generování náhodných čísel (0,1)  
 - deterministické (postupnost čísel se equator) ... generování maten. rozem. (např.  $y = (A+B) \cos t \dots$ )  
 - nedeterministické (opač) ... náhodné generování, smírající různé události jako např. čas, teplota, atd...  
 $\Rightarrow$  nelze nikdy zopakovat

- v C: rand() / RAND\_MAX;  
 - v Jave: Math.random();

3

\* konverze

3. [8b] Neobnovovaný počítačový systém se skládá ze tří prvků typu A a tří prvků typu B. Jeden prvek každého typu pracuje, zbývající prvky jsou použity jako tzv studená záloha - zapínají se až po poruše pracujícího prvku. Známé intenzity poruch obou typů prvků ( $\lambda_a, \lambda_b$ ).

a) [1b] Můžeme pro tento případ použít nějakou verzi sériově-paralelního spolehlivostního modelu? (zdůvodnění)

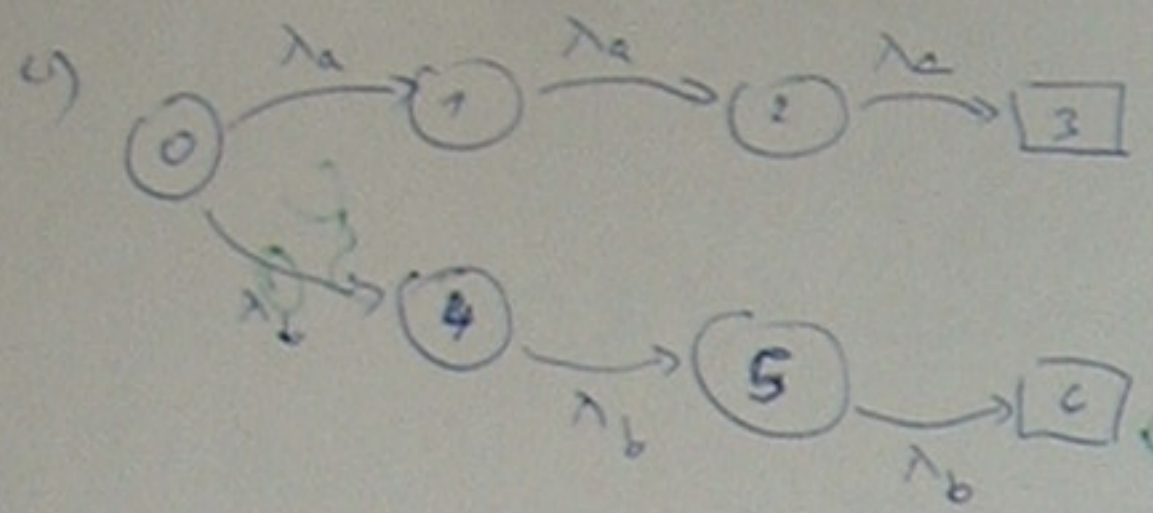
ne můžeme = něco by zjednotit tzv. "studená záloha"  $\Rightarrow$  používat Mark. model

b) [1b] Můžeme zde použít markovský model? (jakou podmínkou je obecně vázáno jeho použití?)

Ano můžeme  $\Rightarrow$  podmínkou je exp. prvku rozdělení intenzit

uplývá se z rovnost.  
 int. poruch

1



rozdělení na více stání

to ne!

2D model

- 0 ... vše funguje
- 1 ... porucha se vz A
- 2 ... -||- A
- 3 ... -||- A => konec (nemí záleží)
- 4 ... -||- B
- 5 ... -||- B
- 6 ... -||- B konec

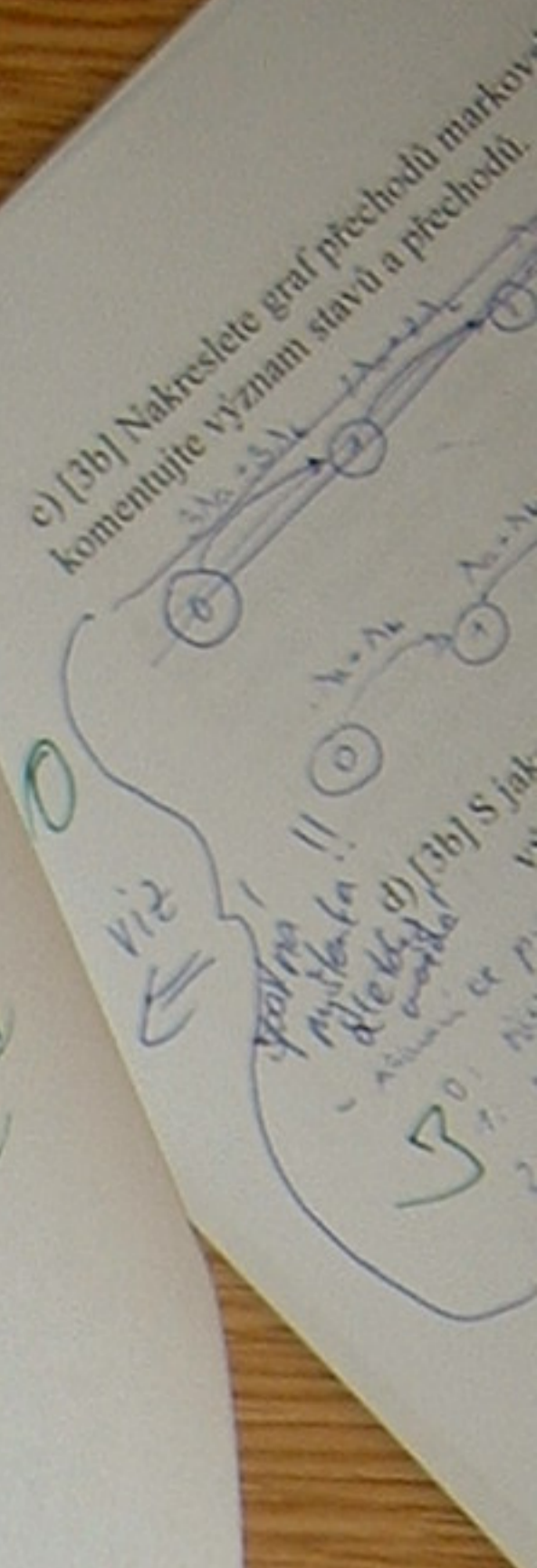
- d)
- 0:  $p_0'(t) = -\lambda_a p_0 - \lambda_b p_0$
  - 1:  $p_1'(t) = \lambda_a p_0 - \lambda_a p_1$
  - 2:  $p_2'(t) = \lambda_a p_1 - \lambda_a p_2$
  - 3:  $p_3'(t) = \lambda_a p_2$
  - ...
  - ... obtížné pro řešení

$\Rightarrow$  podmín. i. se ož. <sup>zde</sup> podmín.  $\sim \cos t$

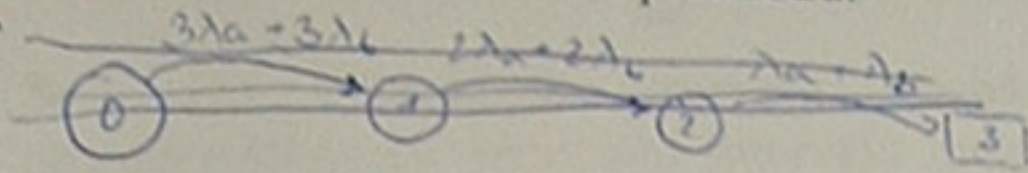
$p_3(t) + p_6(t) = \dots$

stejně

... časová závislost ...



c) [3b] Nakreslete graf přechodů markovského spolehlivostního modelu, stručně komentujte význam stavů a přechodů.



- 0... poč. systém funguje - nic porouchá
- 1... jeden z A se porouchal nebo B
- 2... druhý z A nebo B se porouchal
- 3... obě z A nebo B se porouchal  
⇒ nefunguje syst. jako celek

přechody:  $\lambda a + \lambda b \Rightarrow$  součet p-tí poměr jednotliv. prvků

d) [3b] S jakou p-tí bude systém porouchán v daném čase  $t_1$ ? (popište postup výpočtu včetně potřebných rovnic (alespoň 1 rov. plus vysvětlení) a vzorců).

- řešení se p. rovnice:  $\{p'(t) \rightarrow \infty = p = 0\}$

0:  $p_0'(t) = -(\lambda a + \lambda b)p_0(t)$

⇒ dopočítan se jednotlivé p-probí

1:  $p_1'(t) = -(\lambda a + \lambda b)p_1 + (\lambda a + \lambda b)p_0(t)$

⇒ ?  $p_3(t_1) = ?$  dopočíte se (stav 3, tedy p-probí, že stav 3 je bude porouchán)

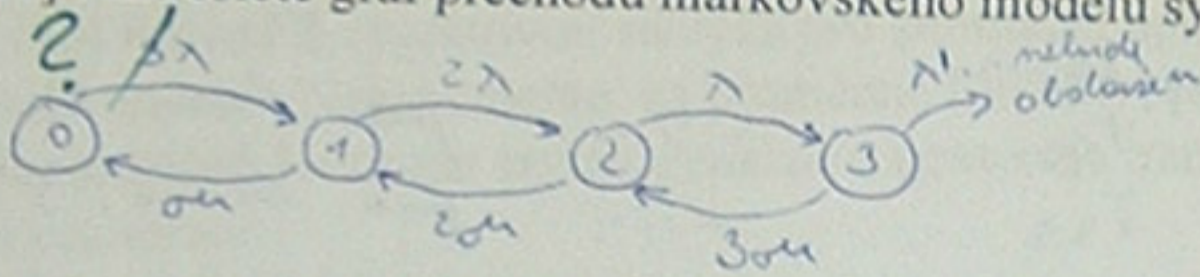
2:  $p_2'(t) = -(\lambda a + \lambda b)p_2 + (\lambda a + \lambda b)p_1(t)$

3:  $p_3'(t) = (\lambda a + \lambda b)p_2$

+ 1 =  $p_0 + p_1 + p_2 + p_3$

4. [8b] Otevřený systém hromadné obsluhy je typu M/M/3 a má frontu FIFO s délkou nula (tj. požadavky nemohou čekat na obsluhu). Do systému přichází požadavky se střední frekvencí 1000 pož./hod a jeden kanál obsluhy je schopen zpracovávat požadavky se střední frekvencí 500 pož./hod.

a) [2b] Nakreslete graf přechodů markovského modelu systému.



stav = počet požadavků v SHO

$\lambda = 1000$

$\mu = 500$

b) [1b] Vysvětlete, co znamenají jednotlivé stavy a přechody.

stav = počet požadavků v SHO

přechody:  $\{\lambda\}$  ... zpracování požadavku jedním kanálem  
 $\{3\mu\}$  ... příjem příchodu požadavků do zadrž.

c) [1b] Jaké jsou číselné hodnoty intenzit přechodů?

$\lambda = 1000$

$\mu = 500$

jednotka!

d) [2b] Napište vzorec pro určení střední délky fronty ze známých limitních p-tí stavů modelu. → v našem případě délka fronty = 0

okamžitě:  $L_w = C_{p0} + C_{p1} + C_{p2} + C_{p3}$

např:  $L_{w1} = p_0$

jednotlivé p-probí na daném stavu

e) [2b] Jak se v tomto případě určí zatížení systému (jako celku)? Pokuste se napsat příslušný vzorec.

suad  
 $C_1 = 0$

$S = 0p_0 + \frac{1}{3}p_1 + \frac{1}{2}p_2 + p_3$

stav 0    stav 1    stav 2    stav 3

5c)

fronta ... typ HEAD  
 obslužný kanál ... typ PROCESS  
 požadavek ... LINK  
 generátor ... PROCESS

fronta : ... typ odvozený od HEAD ... Queue  
 atributy : server ... odkaz na manažerův server  
 + standard ( od HEAD)

požadavek : ... typ odvozený od LINK ... Transaction  
 atributy : time of creation ... čas vytvoření požadavku  
 typ ... o jaký typ požadavku se jedná (1, 2, 3, 3)  
 + std. LINK

generátor : ... odvozený od PROCESS ... Generator  
 atributy : lambda ... intenzita toku požadavků (generátorů)  
 fronta ... odkaz na frontu, kam dá požadavek  
 + standard PROCESS

obslužný kanál : ... odvozený od PROCESS ... SERVER  
 atributy : T<sub>s1</sub> ... služba dola obsluh pro transakci 1.  
 T<sub>s2</sub> ... -||- pro Man. 2  
 T<sub>s3</sub> ... -||- pro Man. 3  
 fronta ... odkaz na frontu od které přichází data  
 counter ... počet u konkrétního požadavku  
 transTq ... seznam dola přichodící u konkrétního požadavku (Man.)

! obslužný kanál

Část B (celkem 35 bodů, bude  
 A převyšší 15 bodů) 31  
 5. Do transakčního serveru  
 pravděpodobnostní rozdělení  
 lambda. Transakce se zprá-  
 náhodně smíchané a r-  
 nenáhodná (T, pro  
 určit střední do-  
 a) [1b] Pro

0-1-0  
 0-1-0  
 0-1-0

Část B (celkem 35 bodů, bude hodnocena jen pokud hodnocení části A převyšší 15 bodů) **31**

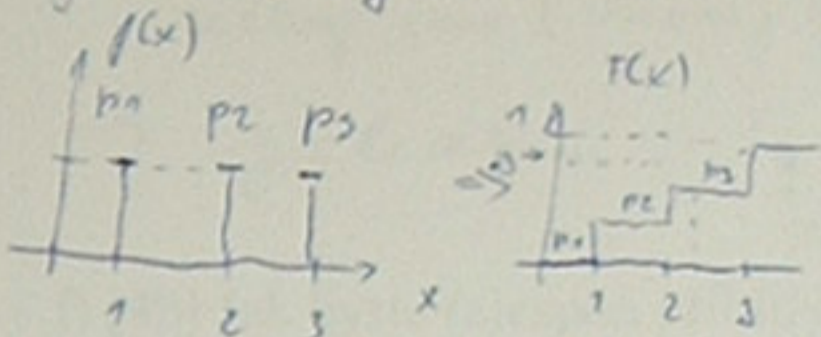
5. Do transakčního serveru přichází ke zpracování proud transakcí, pravděpodobnostní rozdělení intervalů mezi příchody je exponenciální s intenzitou  $\lambda$ . Transakce se zpracovávají sekvenčně. Transakcí jsou tři typy (typ 1, 2, 3 - náhodně smíchané a rovnoměrně zastoupené ve vstupním proudu) doba obsluhy je nenáhodná ( $T_1$  pro první typ,  $T_2$  pro druhý typ,  $T_3$  pro třetí typ). Chceme simulaci určit střední dobu zpracování transakce.

a) [1b] Proč nejde v tomto případě pro systém použít markovský model?

7  $\Rightarrow$  Mark. model lze použít jen pro systémy s exp. rozdělením (příjím) (toč) což v tomto případě není u obsluhy zanečleno!

b) [4b] Nakreslete pravděpodobnostní rozdělení pro typ transakce a napište příslušný generátor (C, Java, pseudokód).

- jedná se o gen. náh. čísel s diskr. rozdělením



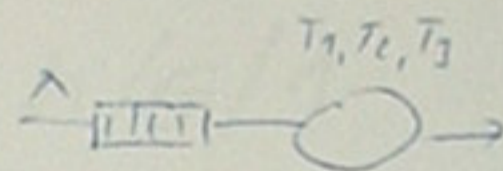
4  $\&$  kde  $p_1 = p_2 = p_3 = 0,333 \frac{1}{3}$

```

- zád: float generuj() {
  float y = rand() / RAND_MAX; // pro JAVA: Math.random()
  if (y < p1) return p1;
  if (y >= p1 && y < (p1+p2)) return p2;
  if (y >= p1+p2) return p3;
}

```

c) [3b] Proveďte objektovou analýzu pro simulační aplikaci, tj. popište typy používaných. Nezapomeňte na proměnné (objekty) potřebné pro statistiku.



**Doporučení:** Uvažujte proces generátor (generuje transakce příslušných tří typů) a proces server.

\* viz předchozí stránka

d) [12b] Napište potřebné programy procesů (použijte pokud možno abstraktní Simula-like pseudokód, popřípadě C-Sim či J-Sim).

Generátor transakcí:

```

class Generátor {
  life() { // to co se bude provádět
    JsimLink link; // se komická cykla
    while (true) {
      transaction.transCreation = aZnovuEas; // ydrai se transakce a u koni se sou glnou
      transaction.type = generuj(); // mri se typ pomocí metody (toč)
      new link(transaction); // založi se
      link.into(fronta); // stoi se transakce do fronty na konec
      if (fronta.getServer.isIdle()) { // je server pasivní
        fronta.getServer.activate(time); // pokud ano rehid ho
      } // cin loce... uspani na dolu lambda
    } // end while
  } // end life
} // end class

```

12

3

```

class Server {
    life() {
        transaction t;
        link link;
        while (true) {
            if (fronta.empty()) {
                passivate();
            }
            t = link.je fronta.first();
            counter++;
            transTq += aktualni cas - cas zhrani;
            link.out();
            if (t.typ == 1) hold(Ts1);
            if (t.typ == 2) hold(Ts2);
            if (t.typ == 3) hold(Ts3);
        }
    }
}

```

// ne vyice  
 // je fronta prazdna  
 // ano - napi se  
 // vyzijem polohu z fronty  
 // vyjde uctec uloceni / poradaku  
 // rovnany cas Tq  
 // odeberu tras. z fronty  
 // podle typu  
 // vspai na Ts

e) [3b] Jak se urci výsledná požadovaná statistika, tj střední doba zpracování transakce? (slovně shrnout)

- po ukončení běhu simulace získáme ze Server (řidy server) celkový čas (TransTq) a počet ukončených pořadků (counter)

3 => výsledkem  $T_q = \frac{TransTq}{counter}$

f) [4b] Jak byste (alespoň přibližně) kontrolovali výsledky získané simulací pomocí Vám známých matematických vzorců uvedených pro matematicky řešitelné elementární systémy hromadné obsluhy. (Slovně plus potřebné vzorečky)

vzorec:  $L_q = L_w + \rho$  to me, vzorec pro M/G/1  
 $L_w = \frac{\rho^2}{1-\rho}$  (nemá vliv v našem případě => stála doba Tc)  
 $L_q = \sum L_{q_i}$   
 $T_q = L_q \cdot \frac{1}{\mu}$   
 $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$

- v JSim jsem použil metody ve třídě HEAD: getTwd() a getLwd()
- oslabí (Tq) same zložení (viz. předelání)
- v našem případě se jedná o SHO typu M/D/1 => plynulá řízení úpravy pro rovnici

g) [8b] Jaké úpravy modelu byste udělali, pokud by bylo požadováno určit pravděpodobnostní rozdělení délky fronty transakcí čekajících na zpracování (tj. p-ti jednotlivých možných hodnot délky fronty). Popište slovně, můžete též použít kousky pseudokódu, vzorečky .... a co Vás napadne (případně na extra papír).

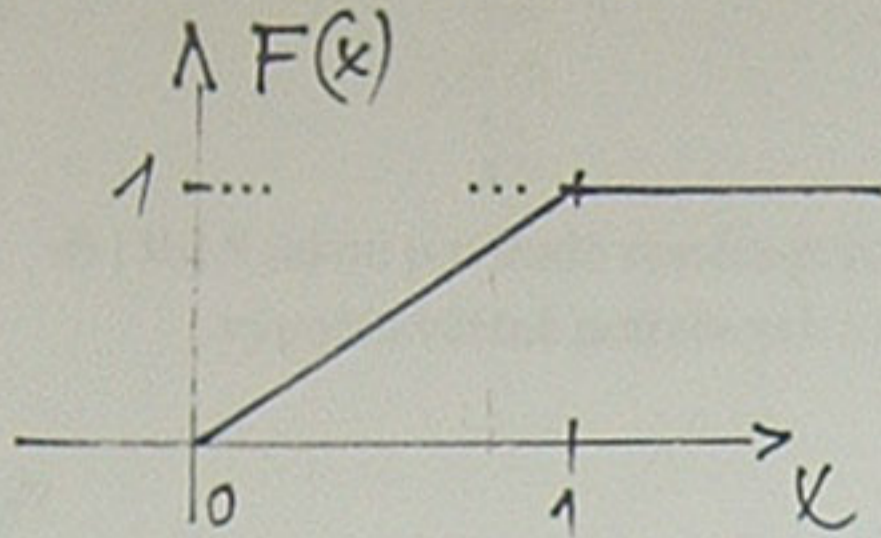
8

- pomocí fyz. tzv. "špiona"
- jednalo by se o maj. obj. ochrany od PROCESS, který by měl na úkol sledovat v náhodných intervalech  $\{ hold(regexpt(\lambda)) \}$  stav délky fronty
- atributy:
  - fronta --- odder na sledovanou frontu
  - pole --- pole jednotlivých p-ti možných hodnot délky fronty
  - aktuaet --- stav aktuálního počtu transakcí ve frontě
- cílem sledování:
  - zaznamenat v náhodných intervalech (hodnota aktuaet)
  - porovnat ji s možnými hodnotami v poli
  - a příslušnou i-tou hodnotu pole inc. ( $statpole[i]++$ );
  - na konci fyz. řízení údaje o - zohlednit během měření měla fronta darou hodnotu (délku) ... údaje z pole

Část A (celkem 25 bodů)

Σ 45

1. [6b] Pro zadané pravděpodobnostní rozdělení:



- [1b] - určete číselně střední hodnotu
- [2b] - určete číselně rozptyl
- [1b] - nakreslete hustotu pravděpodobnosti
- [1b] - určete číselně, s jakou p-tí bude náhod. číslo  $x$  větší než 0.75
- [1b] - napište nějaký reprezentativní vzorek posloupnosti náh. čísel

- 5
- a)  $E\{x\} = 0,5$  ✓
  - b)  $D\{x\} = 0,5$  ?
  - c)  $f(x)$  ✓
  - d)  $P(x > 0,75) = \frac{1}{4}$  ✓
  - e) 0,1; 0,5; 0,7; 1; 0,5; 0,7; 0,2; 0,1; 0,2

≈ všechna čísla se stejnou váhou, generována od 0 do 1

2. [3b] Jaké metody jdou principiálně použít pro generování náhodných čísel s rozdělením podle bodu 1? (slovní popis možnosti)

končí! ∈ funkce rand() - generuje čísla 0... RAND\_MAX →  
rand() / RAND\_MAX

2

každé hodnoty a pak normalizovat

↑ avšak foto dá vždy 0

3. [8b] Neobnovovaný počítačový systém se skládá ze tří prvků typu A a tří prvků typu B. Jeden prvek každého typu pracuje, zbývající prvky jsou použity jako tzv studená záloha - zapínají se až po poruše pracujícího prvku. Známe intenzity poruch obou typů prvků ( $\lambda_a, \lambda_b$ ).

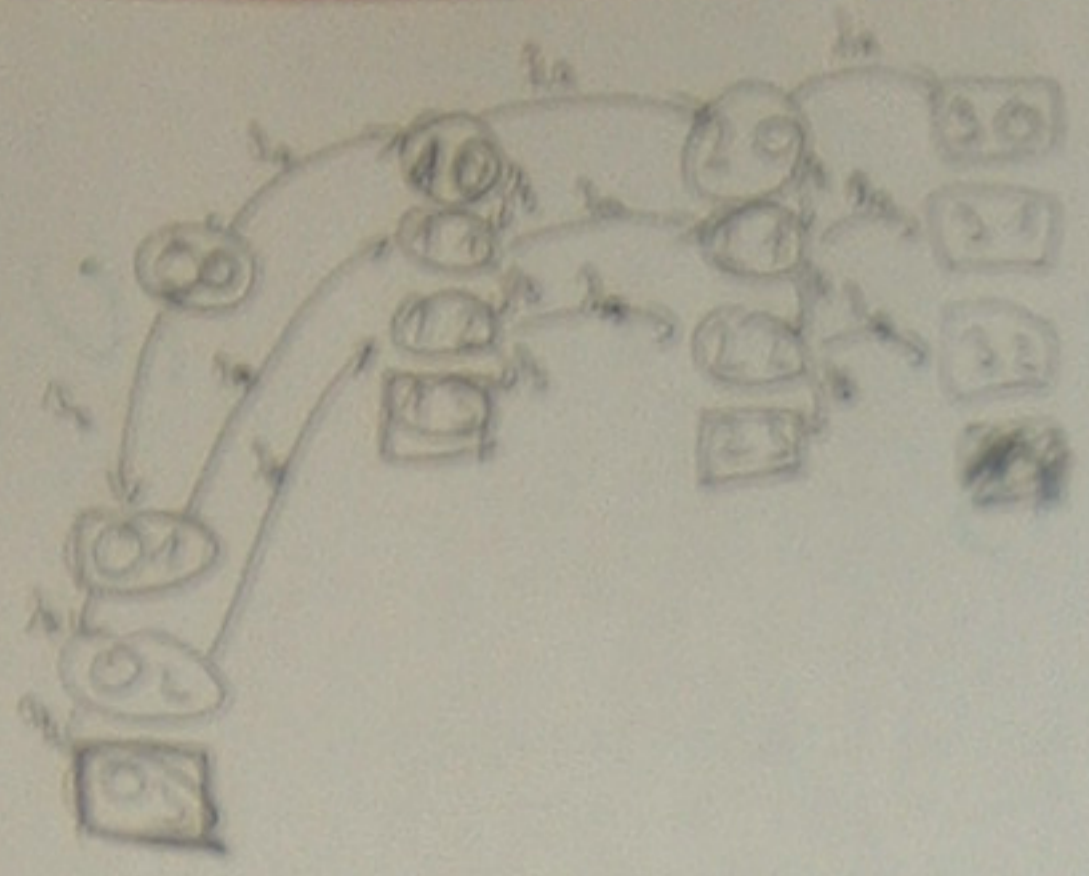
a) [1b] Můžeme pro tento případ použít nějakou verzi sériově-paralelního spolehlivostního modelu? (zdůvodnění)

0

b) [1b] Můžeme zde použít markovský model? (jakou podmínkou je obecně vázáno jeho použití?)

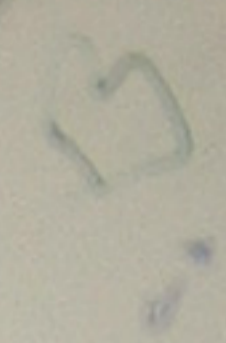
↑

ano, minim. markovský model se vedle končí pro systém s alternativním rozdělením v závislosti a době obsluhy



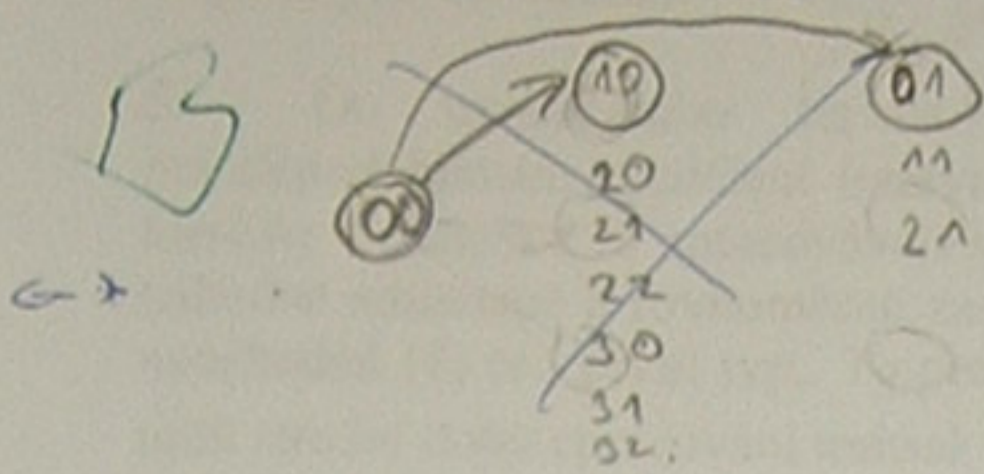
0  
 1  
 2  
 3  
 4  
 5  
 6  
 7  
 8  
 9  
 10  
 11  
 12  
 13  
 14  
 15  
 16  
 17  
 18  
 19  
 20  
 21  
 22  
 23  
 24  
 25  
 26  
 27  
 28  
 29  
 30  
 31  
 32  
 33  
 34  
 35  
 36  
 37  
 38  
 39  
 40  
 41  
 42  
 43  
 44  
 45  
 46  
 47  
 48  
 49  
 50  
 51  
 52  
 53  
 54  
 55  
 56  
 57  
 58  
 59  
 60  
 61  
 62  
 63  
 64  
 65  
 66  
 67  
 68  
 69  
 70  
 71  
 72  
 73  
 74  
 75  
 76  
 77  
 78  
 79  
 80  
 81  
 82  
 83  
 84  
 85  
 86  
 87  
 88  
 89  
 90  
 91  
 92  
 93  
 94  
 95  
 96  
 97  
 98  
 99  
 100

9) [34] Nad-vedete graf množiti množ  
 komponenti vyrazim stavu a množiti





c) [3b] Nakreslete graf přechodů markovského spolehlivostního modelu, stručně komentujte význam stavů a přechodů.



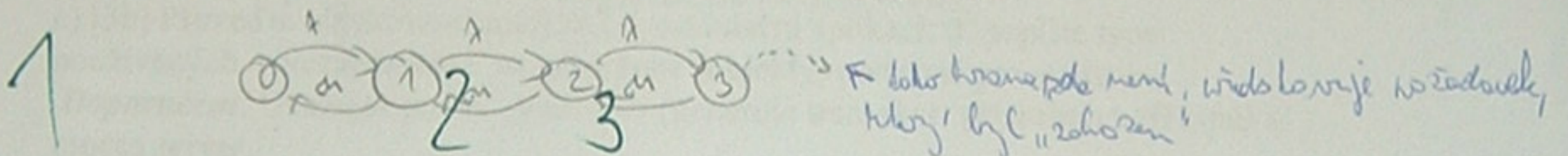
stav: počet nefunkčních uzlů  
 1. číslo - uzly typu A,  
 2. číslo - uzly typu B  
 přechod: obnova  $\lambda_a$  ... uzlu typu A  
 $\lambda_b$  ... uzlu typu B

d) [3b] S jakou p-tí bude systém porouchaný v daném čase  $t_1$ ? (popište postup výpočtu včetně potřebných rovnic (alespoň 1 rov. plus vysvětlení) a vzorců).

0

4. [8b] Otevřený systém hromadné obsluhy je typu M/M/3 a má frontu FIFO s délkou nula (tj. požadavky nemohou čekat na obsluhu). Do systému přichází požadavky se střední frekvencí 1000 pož./hod a jeden kanál obsluhy je schopen zpracovávat požadavky se střední frekvencí 500 pož./hod.

a) [2b] Nakreslete graf přechodů markovského modelu systému.



b) [1b] Vysvětlete, co znamenají jednotlivé stavy a přechody.

stav: počet obslužených uzlů v systému (např. v režimní době)  
 přechod: o obslužení  $\lambda$  ... příchod požadavku  
 $\mu$  ... obslužení obsluženého (obsluha ukončena)

c) [1b] Jaké jsou číselné hodnoty intenzit přechodů?

1

$$\lambda = 1000 \text{ h}^{-1}$$

$$\mu = 500 \text{ h}^{-1}$$

d) [2b] Napište vzorec pro určení střední délky fronty ze známých limitních p-tí stavů modelu.

0

$$L_w = \frac{1}{\lambda \cdot [1 - (p_0 + p_1 + p_2 + p_3)]} = T_w$$

perioda obsluhy pro frontu (čas od příchodu požadavku do obsluhy)

e) [2b] Jak se v tomto případě určí zatížení systému (jako celku)? Pokuste se napsat příslušný vzorec.

0

$$\rho = \frac{\lambda}{n \cdot \mu}$$

pro  $\infty$  fr.

$n$  ... počet kanálů obsluhy  
 $\lambda$  ... frekvence příchodu požadavků  
 $\mu$  ... frekvence obsluhy

0

$$\text{zde: } \rho = \frac{1}{3} \cdot \frac{1000}{500} = \frac{2}{3}$$

Část B (celkem 35 bodů, bude hodnocena jen pokud hodnocení části A převyšuje 15 bodů)

225

5. Do transakčního serveru přichází ke zpracování proud transakcí, pravděpodobnostní rozdělení intervalů mezi příchody je exponenciální s intenzitou  $\lambda$ . Transakce se zpracovávají sekvenčně. Transakcí jsou tři typy (typ 1, 2, 3 - náhodně smíchané a rovnoměrně zastoupené ve vstupním proudu) doba obsluhy je nenáhodná ( $T_1$  pro první typ,  $T_2$  pro druhý typ,  $T_3$  pro třetí typ). Chceme simulaci určit střední dobu zpracování transakce.

a) [1b] Proč nejde v tomto případě pro systém použít markovský model?

1 markovské modely lze použít pro  $\lambda$  konstanty / doba u každé z exp. rozdělení

b) [4b] Nakreslete pravděpodobnostní rozdělení pro typ transakce a napište příslušný generátor (C, Java, pseudokód).

2

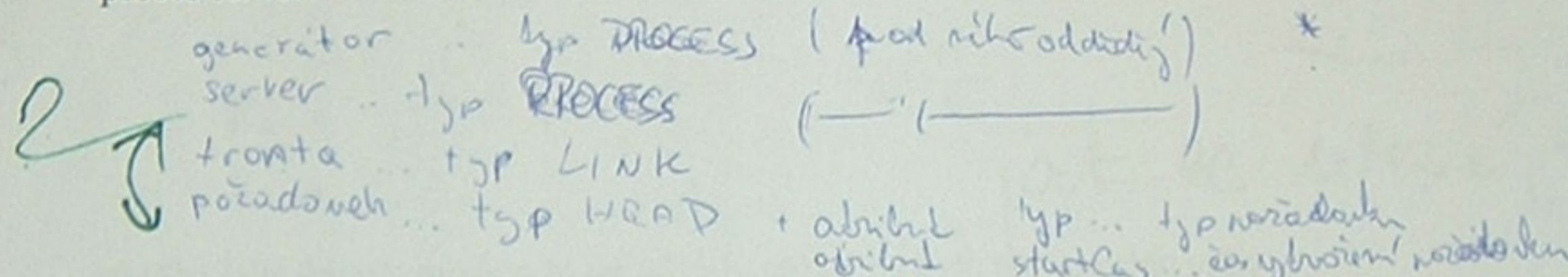
```

cibo = rand();
if (cibo < RAND_MAX/3) then
    transakce.typ = 1;
else
    if (cibo > 2/3 * RAND_MAX) then
        transakce.typ = 3;
    else
        transakce.typ = 2;
    hold(-negexp(-lambda));
    
```

proč je v gener. (f(x) nejedná hold())

c) [3b] Proveďte objektovou analýzu pro simulační aplikaci, tj. popište typy používaných. Nezapomeňte na proměnné (objekty) potřebné pro statistiku.

**Doporučení:** Uvažujte proces generátor (generuje transakce příslušných tří typů) a proces server.



d) [12b] Napište potřebné programy procesů (použijte pokud možno abstraktní Simula-like pseudokód, popřípadě C-Sim či J-Sim).

Generátor transakcí:

```

while true do
    rand(3) pořadavek = new(pořadavek)
    cibo = rand();
    if cibo < RAND_MAX/3 then pořadavek.typ = 1;
    else
        if cibo > 2/3 * RAND_MAX pořadavek.typ = 3;
    else
        pořadavek.typ = 2;
    pořadavek.startCas = time();
    fronta.into(pořadavek);
    hold(-negexp(-lambda));
end;
    
```

} kde se ale musí volat gen. dle body b)

Server:

while true do  
pozadavek = fronta.first  
case ~~fronta~~ first, type of  
pozadavek

1: hold(T1);  
2: hold(T2);  
3: hold(T3);

↙ a co  
f dave  
je fu. bradua  
// locked na hold transakci  
?

26

end;

~~počet ukonc~~ ++;

~~delka Transakci~~ += time() - pozadavek.startCas;  
pozadavek.delete();

end

e) [3b] Jak se určí výsledná požadovaná statistika, tj střední doba zpracování transakce? (slovně shrnout)

3

malin celkovy cas zbrany / zpracovanim vich transakci  
ukončených transakci →  
delka Transakci / počet Ukonc

f) [4b] Jak byste (alespon priblizne) kontrolovali výsledky získané simulací pomocí Vám známých matematických vzorců uváděných pro matematicky řešitelné elementární systémy hromadné obsluhy. (Slovně plus potřebné vzorečky)

3

vs "pravidelny" rozdeleny hodiny museli ziskat pri. hodinu, rozyl / navedenou  
schleu (system de kardallog klasi 1.)

$$E[S] = \sum x_i \cdot P_i$$

$$T_w = \frac{\rho^2}{2(1-\rho)} (1 + C_s^2)$$
$$L_vr = T_w / \lambda$$

$$C_s = \frac{\sigma}{E}$$

$$\frac{n/a/1}{1}$$

jak se urci

g) [8b] Jaké úpravy modelu byste udělali, pokud by bylo požadováno určit pravděpodobnostní rozdělení délky fronty transakcí čekajících na zpracování (tj. p-ti jednotlivých možných hodnot délky fronty). Popište slovně, můžete též použít kousky pseudokódu, vzorečky .... a co Vás napadne (případně na extra papír).

8

vedi tabulka, nebo seznam dodelky fronty,

program sion - kdel by v case mozy rozdeleni ve fronte  
a videl by do pruhovne skupiny

fronta.cardinal();  
tabulka C[] ++;  
hold(Cas)

videl pro tabulku co velkou,  
muselo by se jistě dodelat  
učiní tedy (index v tabulce)

cas ... vedí nahady (vs lino rihad neprilni  
vhodni) nebo porokovni (ade kosi,  
viber a casem min{T1, T2, T3} / 2

219

**Část A (celkem 25 bodů)**

1. [8b] Neobnovovaný počítačový systém se skládá ze dvou prvků typu A a tří prvků typu B. Jeden prvek každého typu pracuje, zbývající prvky jsou použity jako záloha (prvky A jako horká - tj. jsou stále zapnuté, prvky B jako studená - zapínají se až po poruše pracujícího prvku). Známe intenzity poruch obou prvků ( $\lambda_a$ ,  $\lambda_b$ ).

a) [1b] Můžeme pro tento případ použít nějakou verzi sériově-paralelního spolehlivostního modelu? (zdůvodnění)

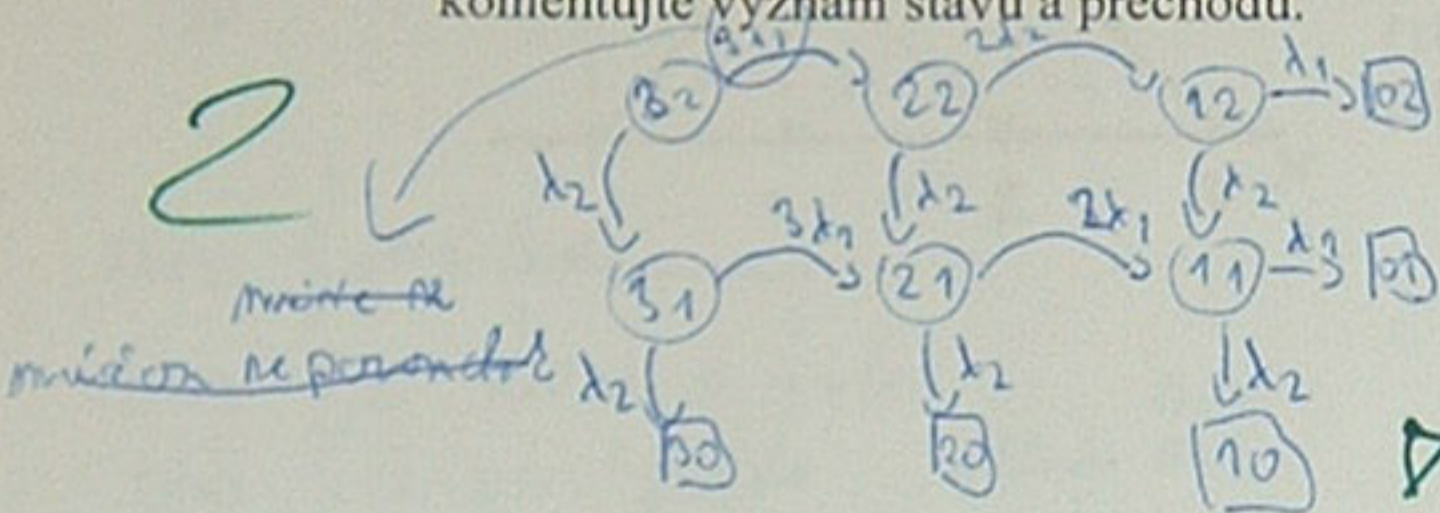
ne, musíme použít markovský model, protože dynamický systém neposkytl v čase nevíme o žádném stavu

b) [1b] Můžeme zde použít markovský model? (jakou podmínkou je obecně vázáno jeho použití?) Ano, musíme ho použít

intenzity obou poruch jsou nezávislé

to nestačí, musí mít exp. rozdělení!

c) [3b] Nakreslete graf přechodů markovského spolehlivostního modelu, stručně komentujte význam stavů a přechodů.



32.. všechny prvky  
22.. jedna porucha prvku A  
11.. - " - B

počet funkcí u každého prvku prvku A a B  
lambda\_a - B  
lambda\_b - A

d) [3b] S jakou p-tí bude systém porouchaný v daném čase  $t_1$ ? (popište postup výpočtu včetně potřebných rovnic (alespoň 1 rov. plus vysvětlení) a vzorců).

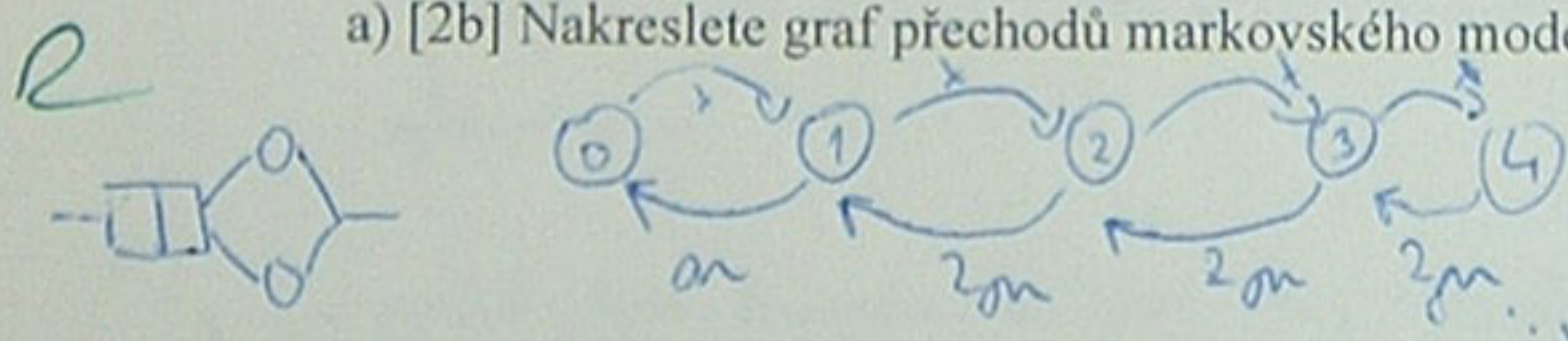
z modelu vyjdeme se diferenciální rovnice, skupíme do dvou skupin  
- pro stav 22 => dostaneme  $P_{22} = P_{32} \cdot 3\lambda_1 - P_{22} \cdot \lambda_2 - P_{22} \cdot \lambda_2$   
- vyřešíme soustavu =>  $P_{32}(\lambda_1), P_{22}(t)$  - to jsou první dva  
=>  $Q(t) = P_{30} + P_{20} + P_{10} + P_{01} + P_{02} \dots$  součet p.p.t. absorpčních stavů

čas  $t_1$   
22

2. [8b] Otevřený systém hromadné obsluhy je typu M/M/2 a má frontu FIFO s délkou omezenou na 2 požadavky. Do systému přichází požadavky se střední frekvencí 1000 pož./hod a jeden kanál obsluhy je schopen zpracovávat požadavky se střední frekvencí 500 pož./hod.

a) [2b] Nakreslete graf přechodů markovského modelu systému.

$\lambda = 1000$   
 $\mu = 500$  .. obsluha



... systém může obsluhovat 2 požadavky najednou

b) [1b] Vysvětlete, co znamenají jednotlivé stavy a přechody.

- 0.. prázdný systém
- 1.. 1 požadavek obsluhován
- 2.. 2 - " -
- 3.. 2 - " - a 1 se frontě
- 4.. - " - a 2 - " -

... do fronty může do systému přijít požadavek s frekvencí  $\lambda$   
přechod = událost  
(? jáka)

c) [1b] Jaké jsou číselné hodnoty intenzit přechodů?

0,5

$$\lambda = 1000, \mu = 500$$

jednotky!

d) [2b] Napište vzorec pro určení střední délky fronty ze známých limitních p-tí stavů modelu.

0

$$L_s = \rho \cdot m = \rho \cdot \frac{1}{1-\rho}$$

$$L_w = L_q - \rho = \frac{\rho}{1-\rho} - \rho = \frac{\rho^2}{1-\rho}$$

to je pro délku fr.

e) [2b] Jak se v tomto případě určí zatížení systému (jako celku)? Pokuste se napsat příslušný vzorec.

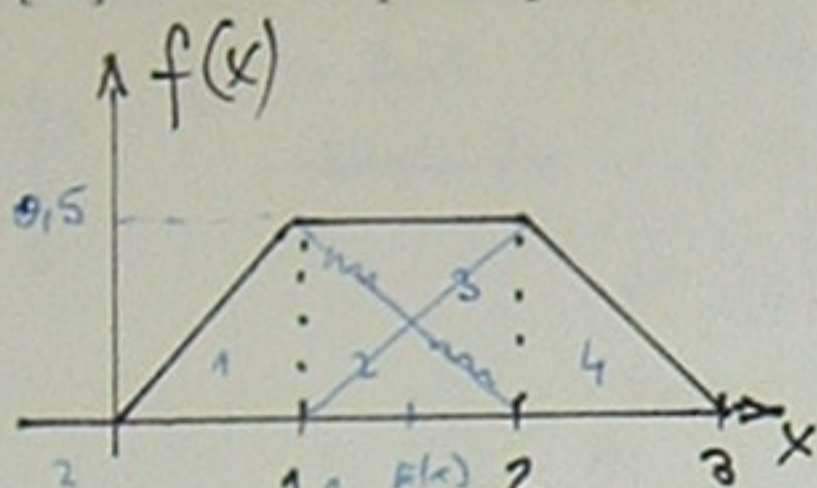
2

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1000}{500} = 1$$

$$\rho = \frac{1}{2} \rho_1 + 1 \rho_2 + 1 \rho_3 + 1 \rho_4$$

... splněn dělný pouze 1 pracovník

3. [6b] Pro zadané pravděpodobnostní rozdělení:



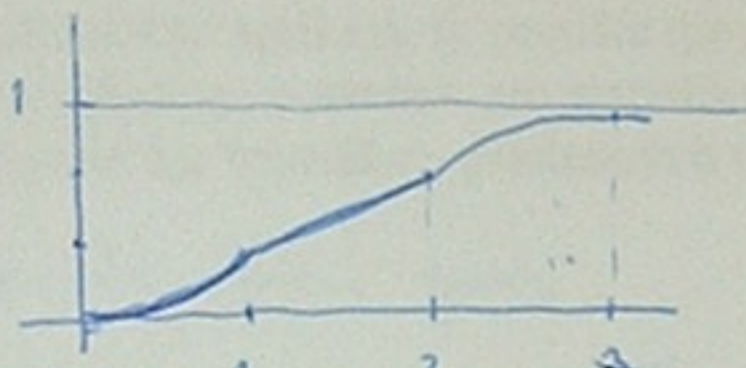
- [1b] - určete číselně střední hodnotu
- [1b] - odhadněte číselně rozptyl
- [1b] - odhadněte číselně koef. variance
- [1b] - nakreslete distribuční funkci
- [2b] - určete číselně, s jakou p-tí bude náhod. číslo x větší než 2.0

$$E(x) = \int_0^1 x \cdot 2 \, dx + \int_1^2 x \cdot 0.5 \, dx + \int_2^3 x \cdot 0.5 \, dx$$

$$E(x) = 1,5 \dots \text{vidat z grafu}$$

$$D(x) = \int_0^3 (x - E(x))^2 f(x) \, dx \dots \text{odhad } 0,17$$

$$c = \frac{D(x)}{E(x)} = \frac{0,1658}{1,5} = 0,1105$$



číslo v intervalu  $(1,2)$  bude s pph' 50%

$$p(x > 2) = \Rightarrow p(x > 2) = 0,25$$

$f(x)$  rozdělím na 4  $\Delta$ , každý s pph' 0,25

4. [3b] Jaké metody jdou principiálně použít pro generování náhodných čísel s rozdělením podle bodu? Kterou byste si vybrali pro realizaci generující funkce a proč?

- Kompozitní metoda
- transformace - " - - lze spolehlivě vygenerovat inverzní fun  $F^{-1}(x)$
- splňovací - " -

3

- použít všech kompozitní metodu, protože každému pph' m rozdělení m sečísti (intervaly) a na každém intervalu splňovací maximum a pak minimum
- transformace - lze spolehlivě vygenerovat  $F^{-1}(x)$  inverzní fun

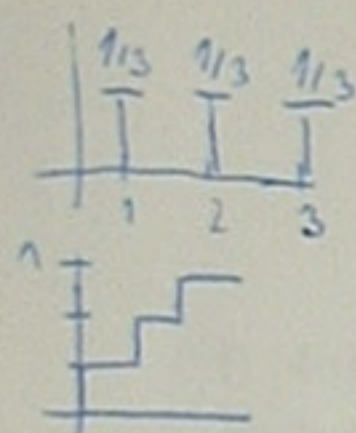
Část B (celkem 35 bodů, bude hodnocena jen pokud hodnocení části A převyšší 15 bodů)  $\Sigma 25$

5. Do transakčního serveru přichází ke zpracování proud transakcí, pravděpodobnostní rozdělení intervalů mezi příchody je exponenciální s intenzitou  $\lambda$ . Transakce se zpracovávají sekvenčně. Transakcí jsou tři typy (typ 1, 2, 3 - náhodně smíchané a rovnoměrně zastoupené ve vstupním proudu) doba obsluhy je nenáhodná ( $T_1$  pro první typ,  $T_2$  pro druhý typ,  $T_3$  pro třetí typ). Chceme simulaci určit střední dobu zpracování transakce.

a) [1b] Proč nejde v tomto případě pro systém použít markovský model?

1  $\rightarrow$  doby obsluhy jsou nenáhodné!

b) [4b] Nakreslete pravděpodobnostní rozdělení pro typ transakce a napište příslušný generátor (C, Java, pseudokód).



$\rho \in \{1/3, 2/3, 1/3\}$



```

while (true) {
    double x = rand() / RAND_MAX;
    while (x > p[n]) n++;
    return (n+1);
}

```

c) [3b] Proveďte objektovou analýzu pro simulační aplikaci, tj. popište typy používaných. Nezapomeňte na proměnné (objekty) potřebné pro statistiku.

**Doporučení:** Uvažujte proces generátor (generuje transakce příslušných tří typů) a proces server.

generátor: Transaction k, double lambda, Queue queue,

server: double m1, m2, m3, Transaction k, Queue queue, double h1, h2, h3, int counter;

typ fronta!  
typ pořadí!

public class Generator extends Simulator

d) [12b] Napište potřebné programy procesů (použijte pokud možno abstraktní Simula-like pseudokód, popřípadě C-Sim či J-Sim).

public Generator(String name, Simulator sim, double l, Queue q)

Generátor transakcí:

protected void life() {

Transaction k;

try {

while (true) {

k = new Transaction(myParent.getCurrentTime(), fee());

k.addTo(queue);

if (queue.getServer().isIdle()) queue.getServer().activate(myParent.getCurrentTime());

add(SimSystem.regExp(lambda));

}

}

}

12

public class Server extends Thread {  
 public Server(String name, ServerSimulation sim, double m1, double m2, double m3)  
 double m1=1, double m2=2, double m3=3

Server: protected void life() {  
 Transaction k; int pos; double time; do not work;

```

try {
  while (true) {
    if (queue.empty()) passivate();
    else {
      k = myPoint.getAvailableTime();
      k = (Transaction) queue.poll();
      counter++;
      pos = k.getPos();
      while (pos == 1) hold(m1);
      else (pos == 2) hold(m2);
      else (pos == 3) hold(m3);
      k.ok; k.null; else return 0;
    }
  }
}

```

```

public int getCenter() {
  return center;
}
public double getCar() {
  return car;
}
}

```

e) [3b] Jak se určí výsledná požadovaná statistika, tj střední doba zpracování transakce? (slovně shrnout)

```

cas += time myPoint.getAvailableTime() - time;
time = 0.0;
}
}

```

Střední doba zpracování  
 požadována v seznamu / počet  
 zpracování

simul.m.sendMessage("Delat" + server.getCar() / server.getCenter());

f) [4b] Jak byste (alespoň přibližně) kontrolovali výsledky získané simulací pomocí Vám známých matematických vzorců uváděných pro matematicky řešitelné elementární systémy hromadné obsluhy. (Slovně plus potřebné vzorečky)

$\lambda - \frac{1}{T_s} - \rho$   $T_q = \frac{L_q}{\lambda}$   $L_q = \frac{\rho}{1-\rho}$   $\rho_1 = \frac{1}{T_1}$  ;  $\rho_2 = \frac{1}{T_2}$  ;  $\rho_3 = \frac{1}{T_3}$

2

ale jde vzít přesně!  
 M/B/A  
 když počet požadován s celou hodnotou  
 když tak  $\rho$

g) [8b] Jaké úpravy modelu byste udělali, pokud by bylo požadováno určit pravděpodobnostní rozdělení délky fronty transakcí čekajících na zpracování (tj. p-ti jednotlivých možných hodnot délky fronty). Popište slovně, můžete též použít kousky pseudokódu, vzorečky. .... a co Vás napadne (případně na extra papír).

aproximovan server:  
 int count1, count2, count3;  
 pos = k.getPos();  
 if (pos == 1) { hold(m1);  
 count1++;  
 }  
 else (pos == 2) { hold(m2);  
 count2++;  
 }  
 else (pos == 3) { hold(m3);  
 count3++;  
 }  
 ;

public int getPos() {  
 return pos; }  
 }  
 do some pos count 2,3

112 PAPIR

no some program  
 cell = pos1.getPos(0) + server.getPos(2) + server.getPos(3);  
 $P_1 = server.getPos(1) / cell;$   
 $P_2 = \dots$   
 $P_3 = \dots$

4

Část A (celkem 25 bodů)

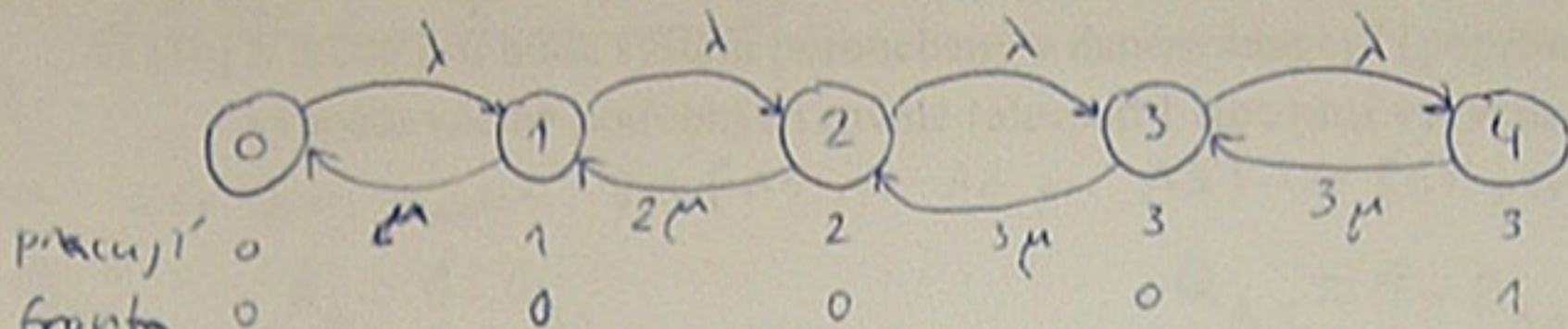
3 25

1. [8b] Otevřený systém hromadné obsluhy je typu M/M/3 a má frontu FIFO s délkou omezenou na 1 požadavek. Do systému přichází požadavky se střední frekvencí 2000 =  $\lambda$  pož./hod a jeden kanál obsluhy je schopen zpracovávat požadavky se střední

$\mu$  = frekvencí 1000 pož./hod.

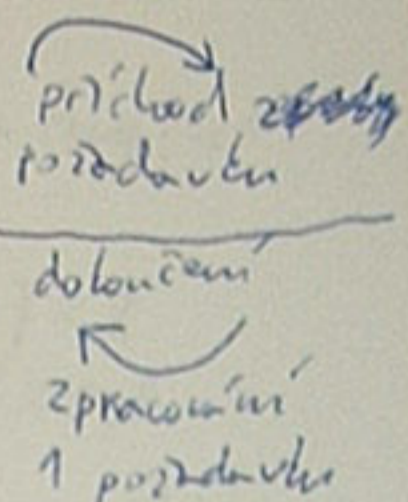
a) [2b] Nakreslete graf přechodů markovského modelu systému.

2



b) [1b] Vysvětlete, co znamenají jednotlivé stavy a přechody.

stav	počet pracujících procesů	počet pož. ve frontě
0	0	0
1	1	0
2	2	0
3	3	0
4	3	1



c) [1b] Jaké jsou číselné hodnoty intenzit přechodů?

$\lambda = 2000 \text{ h}^{-1}$      $2\mu = 2000 \text{ h}^{-1}$   
 $\mu = 1000 \text{ h}^{-1}$      $3\mu = 3000 \text{ h}^{-1}$

d) [2b] Napište vzorec pro určení střední délky fronty ze známých limitních p-tí stavů modelu.

2

$L_w = p_4$  (jen fronta, nepočítají se pož. v kómkách)  
 $L_q = \sum i p_i$  (včetně kómků) ( $i = 0 \dots 4$ )

e) [2b] Jak se v tomto případě určí zatížení systému (jako celku)? Pokuste se napsat příslušný vzorec.

2

~~$\rho = \frac{\lambda}{3 \cdot \mu} = \frac{2000}{3 \cdot 1000} = \frac{2}{3}$~~      $\rho = \frac{1}{3} p_1 + \frac{2}{3} p_2 + \frac{3}{3} p_3 + \frac{3}{3} p_4$

2. [8b] Neobnovovaný počítačový systém se skládá ze tří prvků typu A a dvou prvků typu B. Jeden prvek každého typu pracuje, zbývající prvky jsou použity jako horká záloha - tj. jsou stále zapnuté. Známe intenzity poruch obou typů prvků ( $\lambda_a$ ,  $\lambda_b$ ).

a) [1b] Můžeme pro tento případ použít nějakou verzi sériově-paralelního spolehlivostního modelu? (zdůvodnění)

ANO, jednotlivé prvky selhávají nezávisle a systém funguje, když alespoň jeden prvek funguje.

$S = (A1 \text{ par } A2 \text{ par } A3) \text{ par } (B1 \text{ par } B2)$

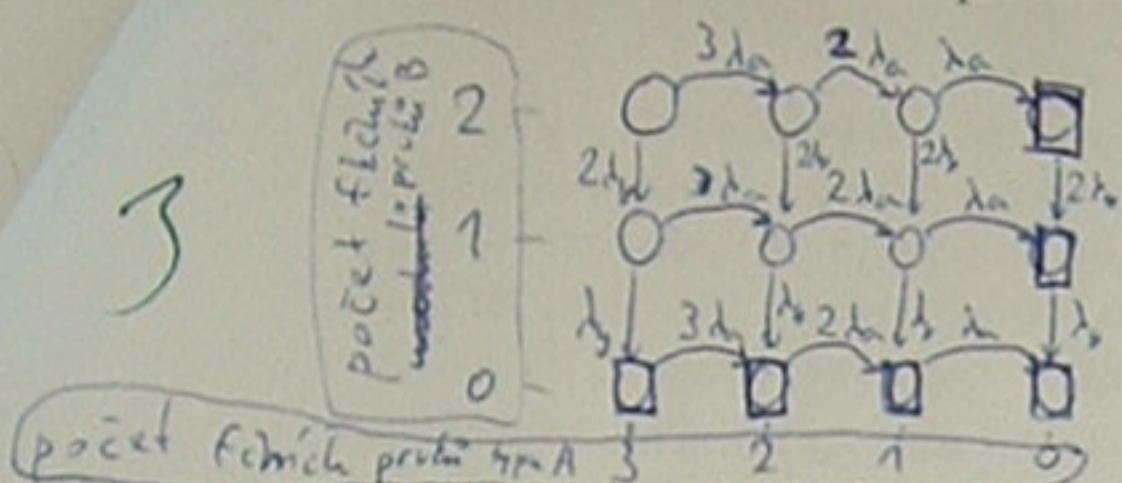
b) [1b] Můžeme zde použít markovský model? (jakou podmínkou je obecně vázáno jeho použití?)

ANO, intenzity poruch musí být konstantní (v daném stavu)

1



c) [3b] Nakreslete graf přechodů markovského spolehlivostního modelu, stručně komentujte význam stavů a přechodů.



- funguje
- nefunguje (všechny bychom mohli sbírat do 1)
- selhání prvku typu A
- ↓ selhání prvku typu B

d) [3b] S jakou p-tí bude systém porouchaný v daném čase  $t_1$ ? (popište postup výpočtu včetně potřebných rovnic (alespoň 1 rov. plus vysvětlení) a vzorců).

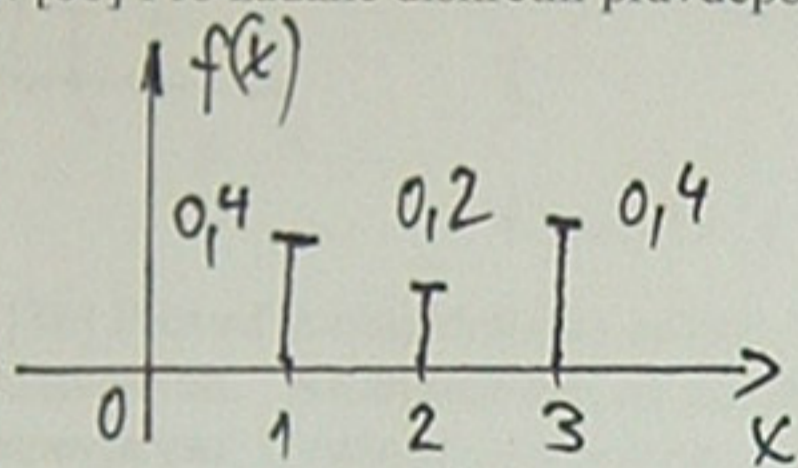
Použijeme ser-par. model  $S = (A1 \text{ par } A2 \text{ par } A3) \text{ ser } (B1 \text{ par } B2)$

$$Q_A = Q_{A0}^3 \quad R_A = 1 - Q_A \quad Q_{A0} = 1 - R_{A0} \quad R_{A0} = e^{-\lambda_A t_1}$$

$$Q_B = Q_{B0}^2 \quad R_B = 1 - Q_B \quad Q_{B0} = 1 - R_{B0} \quad R_{B0} = e^{-\lambda_B t_1}$$

$Q = 1 - R$  ← je pravděpodobnost, že nebude fungovat

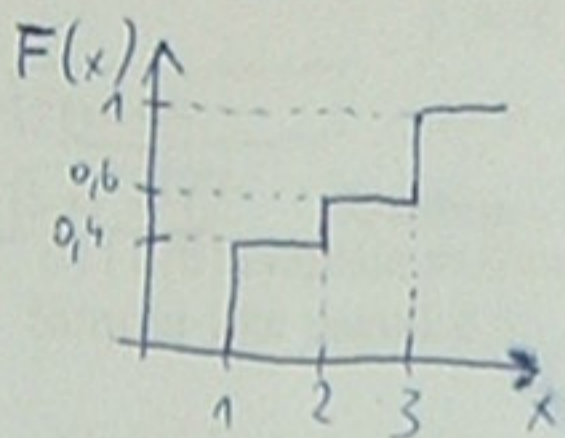
3. [6b] Pro zadané diskrétní pravděpodobnostní rozdělení:



- [1b] - určete číselně střední hodnotu  $E\{x\} = 2$
- [2b] - určete číselně rozptyl  $D\{x\} = 0,8$
- [1b] - nakreslete distribuční funkci
- [1b] - určete číselně, s jakou p-tí bude náhod. číslo  $x$  větší než 2.5  $P(x > 2,5) = 1 - F(2,5) = 0,4$
- [1b] - napište nějaký reprezentativní vzorek posloupnosti náh. čísel

$\{1, 2, 3, 1, 3, 2, 3, 1, 1, 3, 2\}$

$$D\{x\} = \sum_x f(x) (x - E\{x\})^2 = 2 \cdot 0,4 \cdot 1 = 0,8$$



4. [3b] Jaké testy byste provedli pro ověření správné funkce generátoru rozdělení z předchozího bodu 3? (slovní vysvětlení plus případně vzorečky)

- Test střední hodnoty  $E\{x\} = \frac{1}{n} \sum x_i$
- Test rozptylu  $D\{x\} = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - E\{x\})^2 = \frac{1}{n-1} \left( \sum x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum x_i)^2 \right)$
- Histogram - pásmo by odpovídala jednotlivým hodnotám  $\{1, 2, 3\}$ 
  - měla by se přibližně shodovat se rozdělením  $f(x)$
  - v tomto případě sám o sobě stačí
- Test závislosti vektorů po sobě jdoucích hodnot (výpočtem korelačního koeficientu)

Část B (celkem 35 bodů, bude hodnocena jen pokud hodnocení části A převyšší 15 bodů)

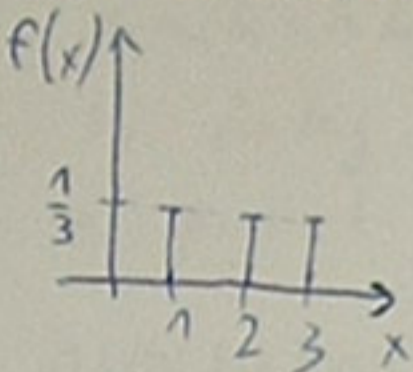
Σ 30

5. Do transakčního serveru přichází ke zpracování proud transakcí, pravděpodobnostní rozdělení intervalů mezi příchody je exponenciální s intenzitou  $\lambda$ . Transakce se zpracovávají sekvenčně. Transakcí jsou tři typy (typ 1, 2, 3 - náhodně smíchané a rovnoměrně zastoupené ve vstupním proudu) doba obsluhy je nenáhodná ( $T_1$  pro první typ,  $T_2$  pro druhý typ,  $T_3$  pro třetí typ). Chceme simulaci určit střední dobu zpracování transakce.

a) [1b] Proč nejde v tomto případě pro systém použít markovský model?

9 První rozdělení dob obsluhy není exponenciální.

b) [4b] Nakreslete pravděpodobnostní rozdělení pro typ transakce a napište příslušný generátor (C, Java, pseudokód).

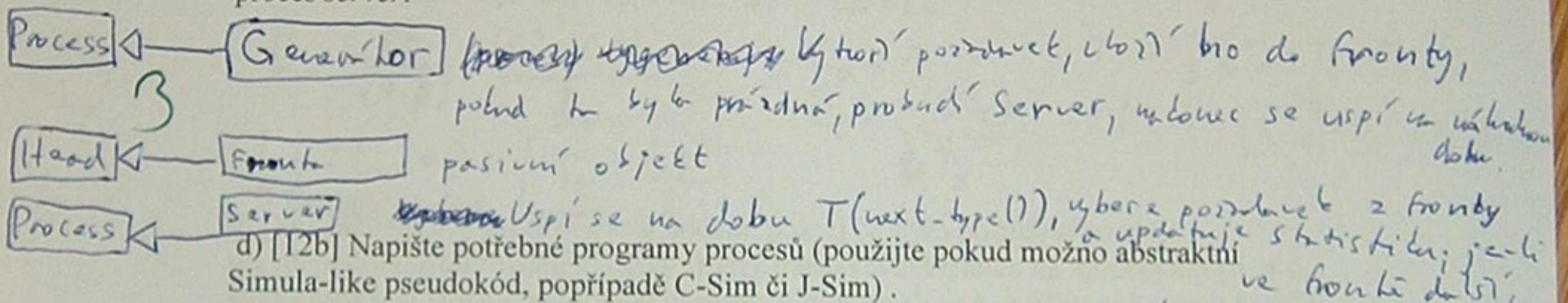


```
int next-type() {
    return (int)(frand() * 3) + 1;
}
```

frand() je generátor s rov. rozl. z intervalu  $(0,1)$

c) [3b] Proveďte objektovou analýzu pro simulační aplikaci, tj. popište typy používaných. Nezapomeňte na proměnné (objekty) potřebné pro statistiku.

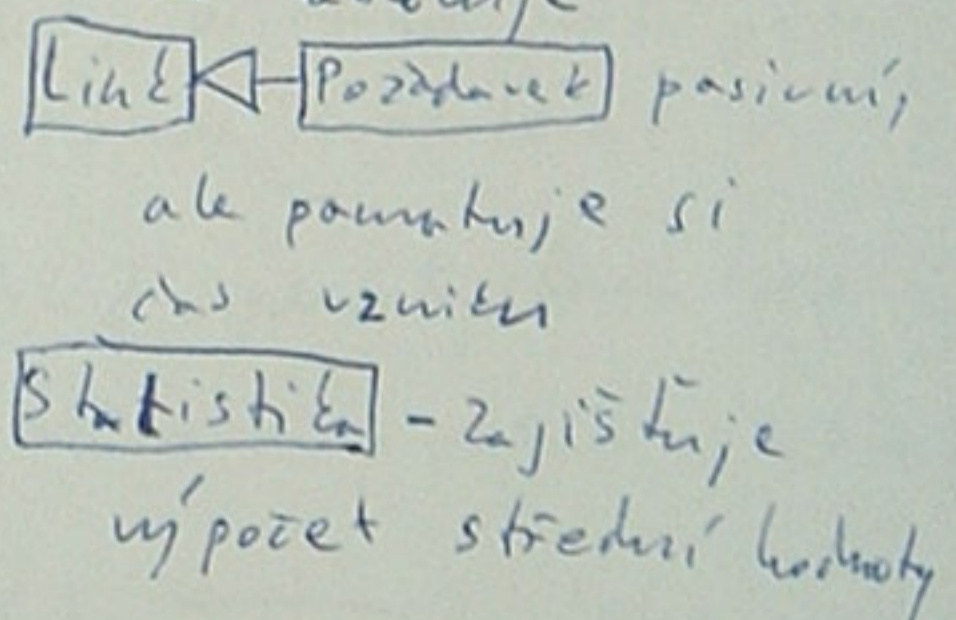
Doporučení: Uvažujte proces generátor (generuje transakce příslušných tří typů) a proces server.



Generátor transakcí:

12

```
void Generator.life() {
    while(1) {
        new Pořádek().into(fronta);
        if (fronta.length == 1)
            server.activateNow();
        hold (negexp(lambda));
    }
}
```



Server:

```

void Server::life() {
  while(1) {
    if (fronta.is Empty() passivate();
    * hold (T(next_type));
    statistika.updateBy (fronta.first());
    fronta.first().out();
  }
}

```

tj. typ pož. měl explicitně v zařazení

e) [3b] Jak se určí výsledná požadovaná statistika, tj střední doba zpracování transakce? (slovně shrnout)

statistika sčítá doby zpracování jednotlivých transakcí, tj. doby života transakcí v okamžiku volání updateBy(), a počet transakcí. Výsledek =  $\frac{\text{celková doba}}{\text{počet}} = T_q$

f) [4b] Jak byste (alespoň přibližně) kontrolovali výsledky získané simulací pomocí Vám známých matematických vzorců uváděných pro matematicky řešitelné elementární systémy hromadné obsluhy. (Slovně plus potřebné vzorečky)

ok, ale i to přeložte pro M/M/1 worst case

Budeme počítat jako M/M/1 - ujde odhad

- Můžeme udělat přibližnou korekci:

$$L_w = \frac{\rho^2}{(1-\rho)} \cdot \frac{(C_a^2 + C_s^2)}{2}$$

$$C_a = 1$$

$$C_s = \frac{\sigma(\tau_s)}{T_s}$$

$$\rho = \lambda \cdot T_s$$

$$T_s = \frac{1}{3} (T_1 + T_2 + T_3)$$

$$\sigma(\tau_s) = \frac{1}{3} (T_1^2 + T_2^2 + T_3^2) - T_s^2$$

$$L_q = L_w + \rho \quad \boxed{T_q = \frac{L_q}{\lambda}}$$

g) [8b] Jaké úpravy modelu byste udělali, pokud by bylo požadováno určit pravděpodobnostní rozdělení délky fronty transakcí čekajících na zpracování (tj. p-ti jednotlivých možných hodnot délky fronty). Popište slovně, můžete též použít kousky pseudokódu, vzorečky .... a co Vás napadne (případně na extra papír).

Jedná-li se o součet front (Lw), přidáme ještě jednu statistiku stejného typu, která se bude updatovat v místě oznámení \* (statistika2.updateBy (fronta.first()));

Jedná-li se o celý systém (Lq) vytažíme s převodem statistiky

Výsledek:  $L_q$  nebo  $L_w = \frac{\text{celková doba}}{\text{doba simulace}}$  ← 2 jedné nebo dvě statistiky podle w/q

- Tím ale získáme jen st. hodnoty. Pokud bychom chtěli ~~histogram~~ histogram, musíme do každé fronty přidat histogram, jeho pašura budeme inkrementovat při každé změně fronty o ~~...~~ od posledního update,

ale nic jiného bychom nechtěli.

3

4

Σ 22

Část A (celkem 25 bodů)

Omlouvám se, ale v rychlosti jsem špatně přečetl podmínky  
3A - horká záloha  
2B studená záloha

1. [8b] Neobnovovaný počítačový systém se skládá ze dvou prvků typu A a tří prvků typu B. Jeden prvek každého typu pracuje, zbývající prvky jsou použity jako záloha (prvky A jako horká - tj. jsou stále zapnuté, prvky B jako studená - zapínají se až po poruše pracujícího prvku). Známe intenzity poruch obou prvků ( $\lambda_a$ ,  $\lambda_b$ ).

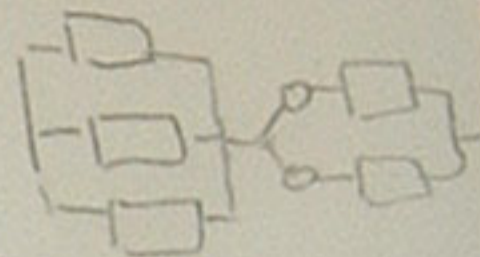
a) [1b] Můžeme pro tento případ použít nějakou verzi sériově-paralelního spolehlivostního modelu? (zdůvodnění)

1

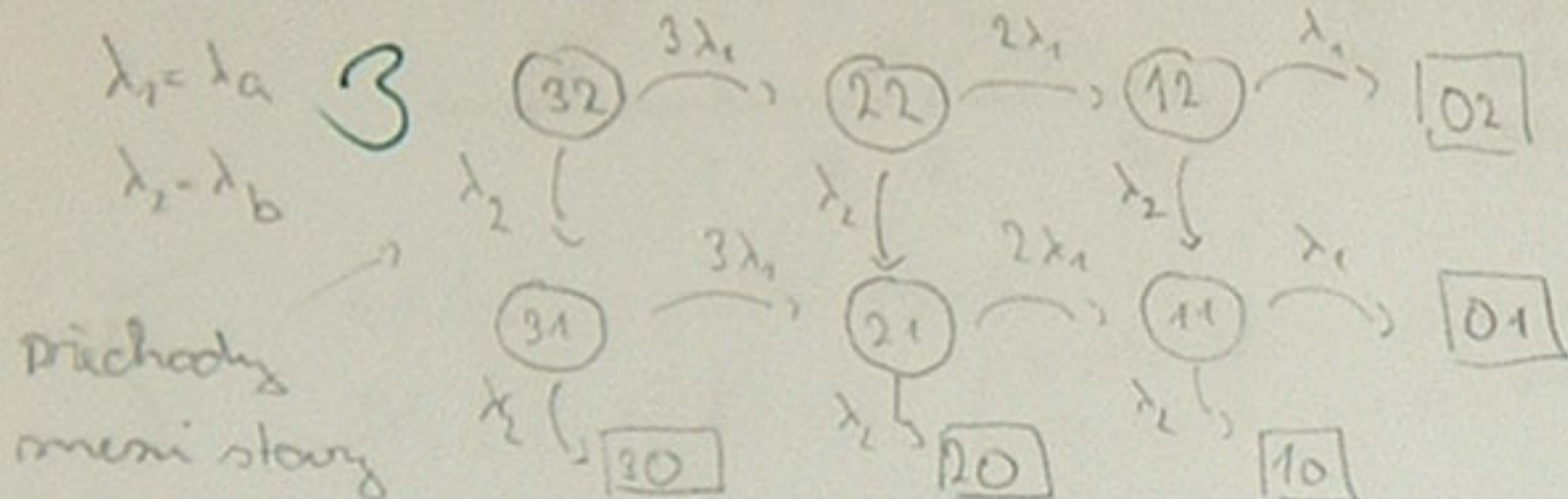
Ne, musíme použít Markovský model - je to dynamický systém s opojetím se v průběhu času mění - studená záloha

b) [1b] Můžeme zde použít markovský model? (jakou podmínkou je obecně vázáno jeho použití?)

Ano, můžeme použít Mark. model



c) [3b] Nakreslete graf přechodů markovského spolehlivostního modelu, stručně komentujte význam stavů a přechodů.



32 - všechno OK

22 - porouchal se prvek typu A

31 - porouchal se prvek typu B

□ obsorpení stavů

⊗ počet fungujících prvků typu A

⊙ počet fungujících prvků typu B

d) [3b] S jakou p-tí bude systém porouchaný v daném čase  $t_1$ ? (popište postup

výpočtu včetně potřebných rovnic (alespoň 1 rov. plus vysvětlení) a vzorců).

Vyjdeme si z diferenciálních rovnic, třeba

3

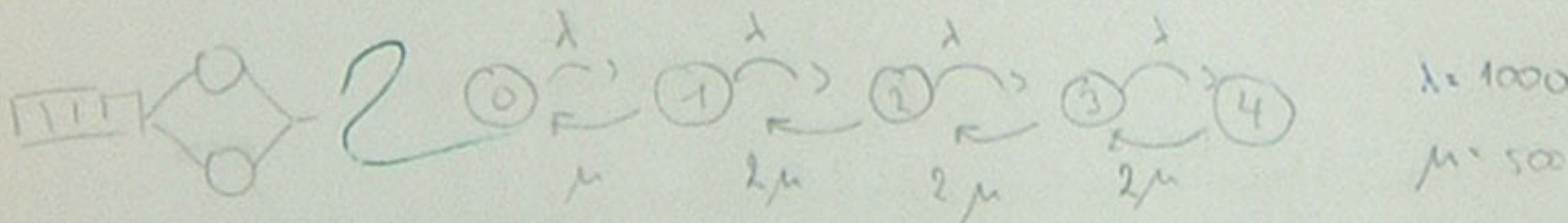
kontaktně pro stav 22  $P_{22}' = P_{32} \cdot 3\lambda_1 + P_{22} \cdot 2\lambda_1 - P_{22} \lambda_2$

vypočítáme soustavu rovnic  $\rightarrow$  získáme  $P_{32}(t), P_{22}(t), P_{12}(t), \dots$  - pti stavů

některých se systém nachází  $Q(t) = P_{30} + P_{20} + P_{10} + P_{01} + P_{02}$  - součet pti obsorpeních stavů

2. [8b] Otevřený systém hromadné obsluhy je typu M/M/2 a má frontu FIFO s délkou omezenou na 2 požadavky. Do systému přichází požadavky se střední frekvencí 1000 pož./hod a jeden kanál obsluhy je schopen zpracovávat požadavky se střední frekvencí 500 pož./hod.

a) [2b] Nakreslete graf přechodů markovského modelu systému.



b) [1b] Vysvětlete, co znamenají jednotlivé stavy a přechody.

stavy

- 0 - systém je prázdný
- 1 - jeden požadavek je obsluhovaný
- 2 - dva požadavky jsou obsluhováni
- 3 - dva požadavky jsou obsluhováni, 1 čeká ve frontě
- 4 - dva požadavky jsou obsluhováni, 2 čeká ve frontě

přechody

- λ - střední frekvence s kterými požadavky přicházejí
- μ - střední frekvence se kterými jsou požadavky obsluhováni

c) [1b] Jaké jsou číselné hodnoty intenzit přechodů?

0,5

$$\lambda = 1000$$

$$\mu = 500$$

← ale jednotka! <sup>funk.</sup>

d) [2b] Napište vzorec pro určení střední délky fronty ze známých limitních p-tí stavů modelu.

0

$$L_w = L_q - \rho$$

← Dto ∞ fronty

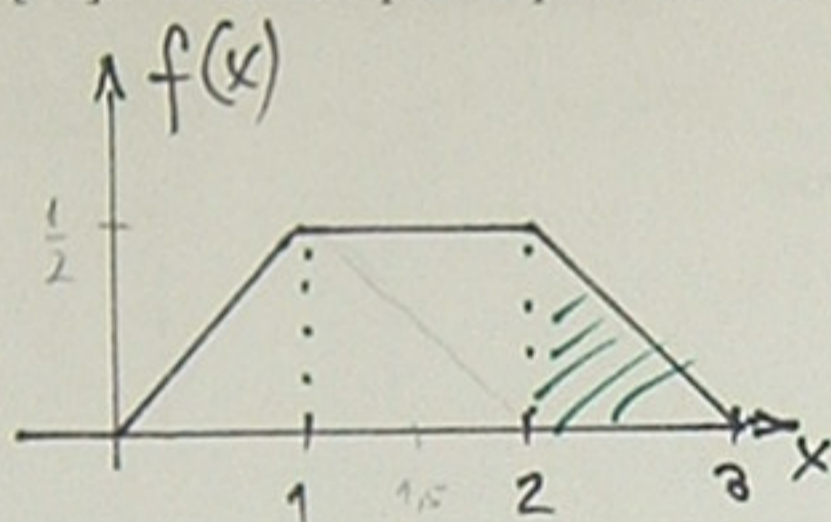
e) [2b] Jak se v tomto případě určí zatížení systému (jako celku)? Pokuste se napsat příslušný vzorec.

2

$$\rho = \frac{1}{2} p_1 + 1 p_2 + 1 p_3 + 1 p_4$$

↑ systém je složen z jedné poloviny

3. [6b] Pro zadané pravděpodobnostní rozdělení:



- [1b] - určete číselně střední hodnotu
- [1b] - odhadněte číselně rozptyl
- [1b] - odhadněte číselně koef. variance
- [1b] - nakreslete distribuční funkci
- [2b] - určete číselně, s jakou p-tí bude náhod. číslo  $x$  větší než 2.0

$E = 1,5$  to je vidět z grafu

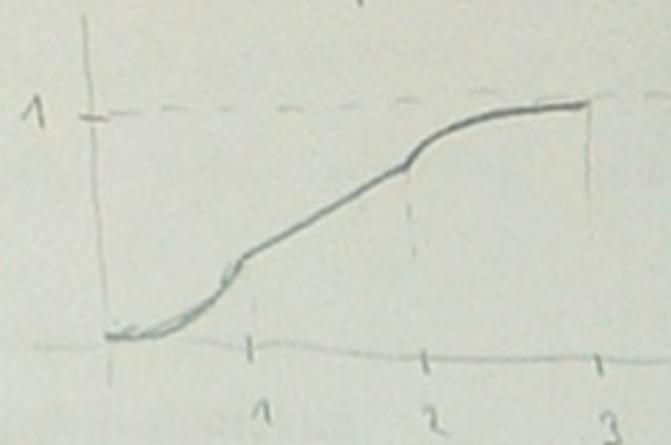
$$D = \int_0^3 (x - E)^2 f(x) dx$$

↑ k odhadu rozptylu bych použil průměrek pro rovnoměrné rozdělení  $D = \frac{(b-a)^2}{12}$  distrib. fce

$$D = \frac{3^2}{12} = 0,75$$

$$C = \frac{b}{E} = \frac{\sqrt{D}}{E} = 0,577$$

OK, ale je to  $1/4$



$P = \frac{3}{4}$  - jde určit a grafu, když si obsah pod křivkou rozdělím na trojúhelníky

4. [3b] Jaké metody jdou principiálně použít pro generování náhodných čísel s rozdělením podle bodu? Kterou byste si vybrali pro realizaci generující funkce a proč?

Na generování rozdělení podle bodu 3 jdou použít

kompoziční a vylučovací metoda, protože známe hustotu pravděpodobnosti.

Ja bych si vybral kompoziční metodu protože je vhodná pro generování náhodných čísel s lichoběžným rozdělením

Část B (celkem 35 bodů, bude hodnocena jen pokud hodnocení části A převyšuje 15 bodů)

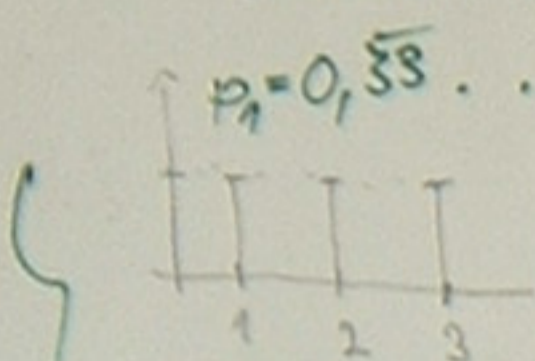
Σ 29

5. Do transakčního serveru přichází ke zpracování proud transakcí, pravděpodobnostní rozdělení intervalů mezi příchody je exponenciální s intenzitou  $\lambda$ . Transakce se zpracovávají sekvenčně. Transakce jsou tři typy (typ 1, 2, 3 - náhodně smíchané a rovnoměrně zastoupené ve vstupním proudu) doba obsluhy je nenáhodná ( $T_1$  pro první typ,  $T_2$  pro druhý typ,  $T_3$  pro třetí typ). Chceme simulaci určit střední dobu zpracování transakce.

a) [1b] Proč nejde v tomto případě pro systém použít markovský model?

protože jsou doby obsluhy nena'hodné

b) [4b] Nakreslete pravděpodobnostní rozdělení pro typ transakce a napište příslušný generátor (C, Java, pseudokód).



```
public int generator(cisloTransakce)
{
    double r;
    (double)
    r = rand() / RAND_MAX;
    if (r <= 1/3) return(1);
    else if (r <= 2/3) return(2);
    else return(3);
}
```

c) [3b] Proveďte objektovou analýzu pro simulační aplikaci, tj. popište typy používaných. Nezapomeňte na proměnné (objekty) potřebné pro statistiku.

Doporučení: Uvažujte proces generátor (generuje transakce příslušných tří typů) a proces server. Budeme potřebovat Server - který si bude pamatovat doby obsluhy

$T_1, T_2$  a  $T_3$ , dále bude mít čítač trans $T_q$  - počet dob příchodů končících požadavků, a counter - čítač požadavků

Požadavek - Transaction, odvozený od ISimLinkt atributy mark - doba vytržení požadavku a identifikacní číslo (1, 2, 3)

Fronta - do té bude ukládat vygenerované požadavky, a Generator požadavku

d) [12b] Napište potřebné programy procesů (použijte pokud možno abstraktní Simula-like pseudokód, popřípadě C-Sim či J-Sim).

Generátor transakcí:

```
public class generator extends ISimProcess {
    Queue queue;
    Server server;
    Transaction t;
    int cisloTransakce;
    double lambda;
    while (true) {
        cisloTransakce = generator(cisloTransakce);
        t = new Transaction(myParent, cisloTransakce);
        t.intr(queue);
        if (queue.getServer().isIdle() == true)
            queue.getServer().activate(myParent, getCommand());
        hold(mezexp(lambda));
    }
}
```

12

3

Transaction

```
public class Transaction extends Serializable {
```

```
    private int idPosodobku;
```

```
    private double dobaVytvoreni;
```

```
    public Transaction(double t, int id) {
```

```
        this.idPosodobku = id;
```

```
        this.dobaVytvoreni = t;
```

```
    }
```

+ metody pro získání idPosodobku a doby vytvoreni

Queue

```
public class Queue extends Serializable {
```

```
    private Server server;
```

```
    public Queue(Server s) {
```

```
        this.server = s;
```

```
    }
```

+ metody getServer(), setServer()

... 22,0 = 0

V programu přístupují k proměnným jako kdyby měly práva public  
a důvodem řešení místem a přístupnosti

51

Server:

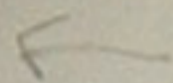
```

public class Server extends JSimProcess {
    private int counter = 0; // počet dostupných přídavků
    private double mi1, mi2, mi3; // jednotlivé doby obsluh
    private Queue queueIn; // fronta se kterými beru požadavky
    private double fromTq = 0.0; // inicializované v konstruktoru

    protected void life() {
        while (true) {
            if (queueIn.isEmpty()) { pause(); }
            else {
                t = queueIn.first();
                switch (t.idPoslednosti) {
                    case 1: hold(mi1);
                    case 2: hold(mi2);
                    case 3: hold(mi3);
                }
                counter++;
                fromTq += myProcess.getCurvostTime() - t.dobaVytvoření; // t.out
            }
        }
    }
}

```

dobu třídy



e) [3b] Jak se určí výsledná požadovaná statistika, tj střední doba zpracování transakce? (slovně shrnout)

$$T_q = \text{transTq} / \text{counter}$$

= Součet dob průchodu končících (obsloužených) požadavků / počet končících (obsloužených) požadavků

3

f) [4b] Jak byste (alespoň přibližně) kontrolovali výsledky získané simulací pomocí Vám známých matematických vzorců uváděných pro matematicky řešitelné elementární systémy hromadné obsluhy. (Slovně plus potřebné vzorečky)

to nejsou ty pravé vzorečky!

$$T_q = \frac{L_q}{\sum \lambda_i}$$

$$L_q = \sum_{i=1}^m L_{q_i}$$

$$L_{q_i} = \frac{\rho_i}{1 - \rho_i}$$

$$\rho_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i} \quad (M/G/1)$$

celková (limitní) doba setravní požadavku

celkový (limitní) počet požadavků v celí

→ střední počet požadavků které se nacházejí v systému

g) [8b] Jaké úpravy modelu byste udělali, pokud by bylo požadováno určit pravděpodobnostní rozdělení délky fronty transakcí čekajících na zpracování (tj. p-ti jednotlivých možných hodnot délky fronty). Popište slovně, můžete též použít kousky pseudokódu, vzorečky .... a co Vás napadne (případně na extra papír).

Nějlepší bych použil nějaký typ spion, v náhodných intervalech bych zjistoval délku fronty a potom vřad do histogramu, podle tvaru histogramu se potom dá určit pravděpodobnostní rozdělení.

6

```

Rozdělení:
public class Spion extends JSimProcess
    private Queue queue // fronta kterou testuji
    private Array hist list = new Array<list>() // dynamické pole do kterého bych ukládal zjistěnou délku fronty
    int delkaFronty;

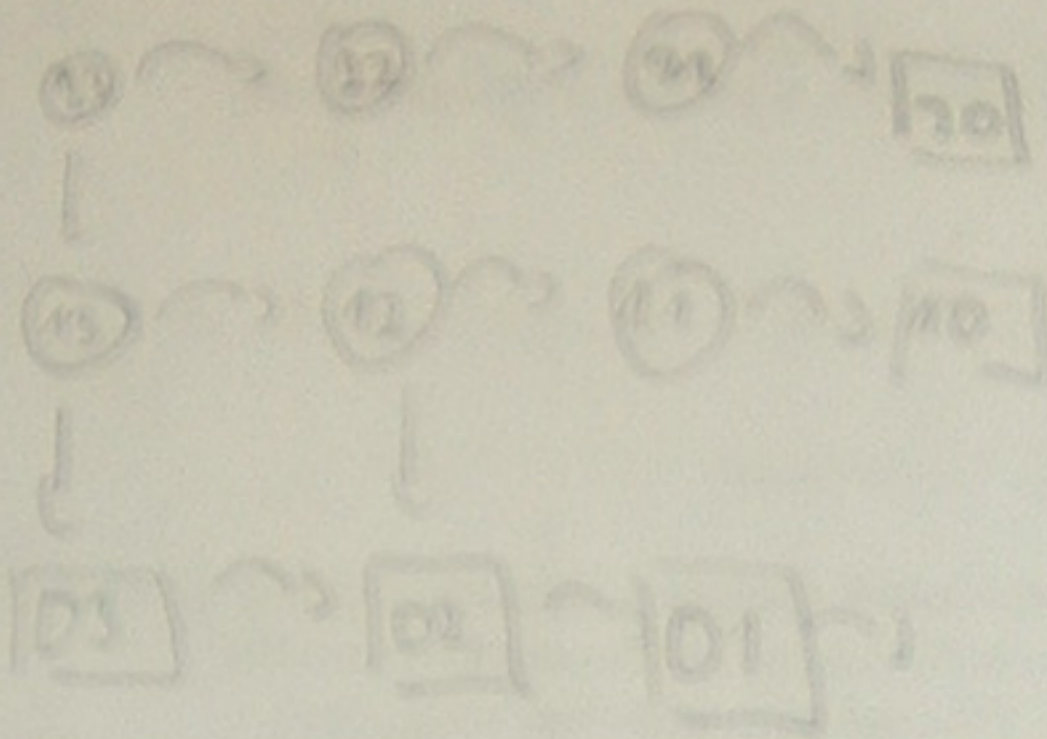
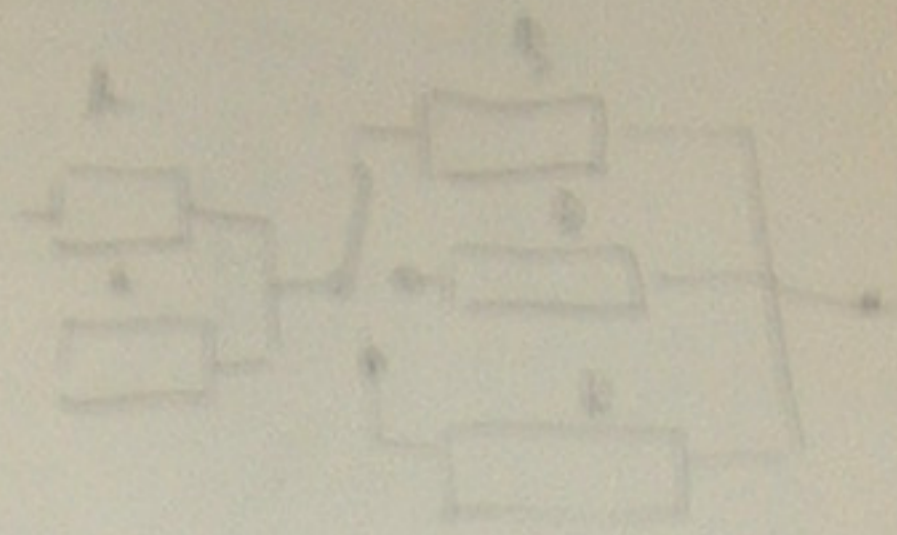
    while (true) {
        delkaFronty = queue.cardinal();
        list.add(delkaFronty);
        hold(mezexp(limernostTestování)); // start. pole, instrumentace na přísluš. indexu (= délka fr.)
    }
}

```



na systemach liczb potemu systemach historycznych

Pokusa sporna ①



(1/2/1)

...  
...  
...

...  
...  
...  
...

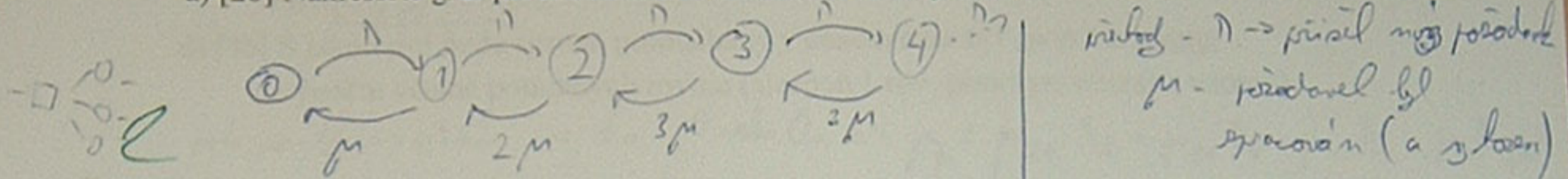
...

Část A (celkem 25 bodů)

218

1. [8b] Otevřený systém hromadné obsluhy je typu M/M/3 a má frontu FIFO s délkou omezenou na 1 požadavek. Do systému přichází požadavky se střední frekvencí 2000 =  $\lambda$  pož./hod a jeden kanál obsluhy je schopen zpracovávat požadavky se střední frekvencí 1000 pož./hod. =  $\mu$

a) [2b] Nakreslete graf přechodů markovského modelu systému.



stav -  $\lambda \rightarrow$  přišel nový požadavek  
 $\mu$  - požadavek byl zpracován (a zložen)

b) [1b] Vysvětlete, co znamenají jednotlivé stavy a přechody.

sta. čísla stavy reprezentují celkový počet požadavků v systému  
 1 -> 1 požadavek v obsluze  
 2 -> 2 " " " "  
 3 -> 3 " " " "  
 4 -> 3 " " " " + 1 se frontě

c) [1b] Jaké jsou číselné hodnoty intenzit přechodů?

0,5 ~~...~~ intenzita přechodu  $\lambda = 2000$   
 $\mu = 1000$   
 je jednotka!

d) [2b] Napište vzorec pro určení střední délky fronty ze známých limitních p-tí stavů modelu.

2 ~~...~~  $0 \cdot p_0 + 0 \cdot p_1 + 0 \cdot p_2 + 0 \cdot p_3 + 1 \cdot p_4 = L_q$

e) [2b] Jak se v tomto případě určí zatížení systému (jako celku)? Pokuste se napsat příslušný vzorec.

~~...~~  $\rho = \frac{\lambda}{3\mu} = 1 - p_0$   
 pro 1 procesor, kde 3 v každém stavu  
 si jiné

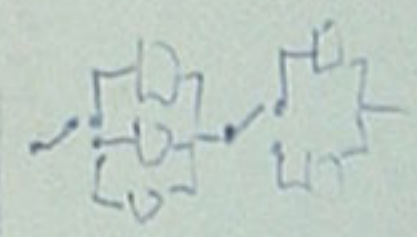
2. [8b] Neobnovovaný počítačový systém se skládá ze tří prvků typu A a dvou prvků typu B. Jeden prvek každého typu pracuje, zbývající prvky jsou použity jako horká záloha - tj. jsou stále zapnuté. Známé intenzity poruch obou typů prvků ( $\lambda_a$ ,  $\lambda_b$ ).

a) [1b] Můžeme pro tento případ použít nějakou verzi sériově-paralelního spolehlivostního modelu? (zdůvodnění)

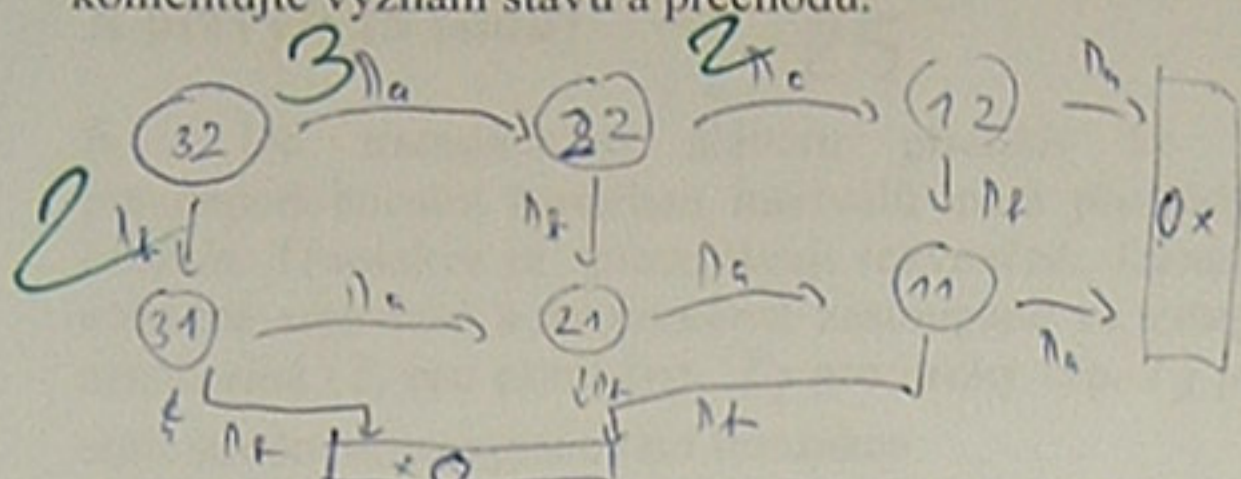
1 NE -> model nezachytí, ne je prac. záloha

b) [1b] Můžeme zde použít markovský model? (jakou podmínkou je obecně vázáno jeho použití?)

1 ANO -> dok. možná exp. rozdělení při



c) [3b] Nakreslete graf přechodů markovského spolehlivostního modelu, stručně komentujte význam stavů a přechodů.



stav AB - prac. hlíd  
 pro 2 kódy typu  
 j' + porádění (2 kódy prac.)  
 přechod  $\lambda_a$  - porádění pro A  
 přechod  $\lambda_b$  - -- -- B  
 stav 0x a <0 -> systém nefunguje

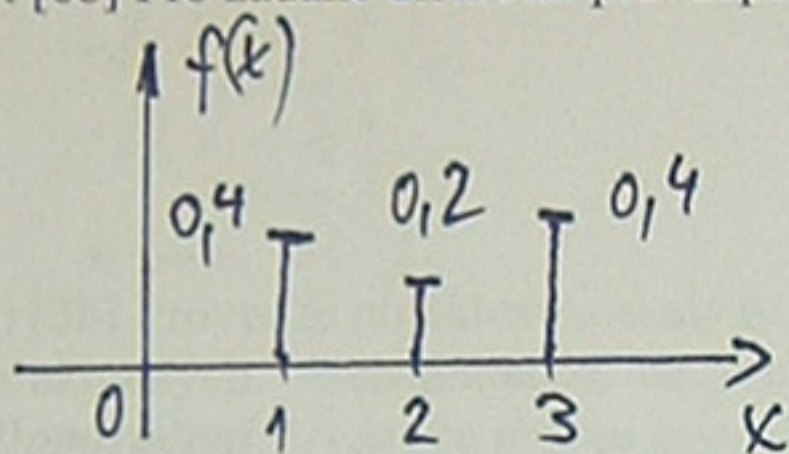
d) [3b] S jakou p-tí bude systém porouchaný v daném čase  $t_1$ ? (popište postup výpočtu včetně potřebných rovnic (alespoň 1 rov. plus vysvětlení) a vzorců).

ok rovnice -> systém se stav  $x=0$  nebo  $0x \Rightarrow P_x = P_{31} \cdot \lambda t + P_{21} \cdot \lambda t + P_{11} \cdot \lambda t + P_{0x} \cdot \lambda t$

do rovnice se dosadí čas  $t_1$

~~...~~ ale kam?

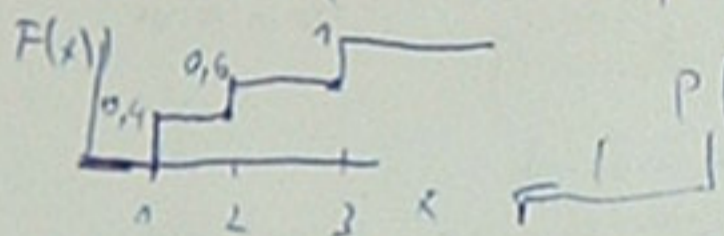
3. [6b] Pro zadané diskrétní pravděpodobnostní rozdělení:



- [1b] - určete číselně střední hodnotu
- [2b] - určete číselně rozptyl
- [1b] - nakreslete distribuční funkci
- [1b] - určete číselně, s jakou p-tí bude náhod. číslo  $x$  větší než 2.5
- [1b] - napište nějaký reprezentativní vzorek posloupnosti náh. čísel

$E(x) = 1 \cdot 0,4 + 2 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,4 = 2$  ✓

$D(x) = E(x - E(x))^2 = 0,4 \cdot (2-1)^2 + 0,2 \cdot (2-2)^2 + 0,4 \cdot (2-3)^2 = 0,4 + 0,4 = 0,8$  ✓



$P(x > 2,5) = 1 - P(x <= 2,5) = 1 - (0,4 + 0,2) = 0,4$  ✓

reprez. seq. 1, 3, 3, 2, 1, 2, 1, 3

4. [3b] Jaké testy byste provedli pro ověření správné funkce generátoru rozdělení z předchozího bodu 3? (slovní vysvětlení plus případně vzorečky)

- testy na střední hodnotu - průměr generovaných čísel  $\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$

- na rozptyl

- histogram četosti - generovanou posloupnost rozdělím na úzké intervaly...

a jestli si dobře odpovídají pro konkrétní hodnoty

? jaké výsledky.

nezávislost dvojic!

Část B (celkem 35 bodů, bude hodnocena jen pokud hodnocení části A převyšší 15 bodů) 25

5. Do transakčního serveru přichází ke zpracování proud transakcí, pravděpodobnostní rozdělení intervalů mezi příchody je exponenciální s intenzitou  $\lambda$ . Transakce se zpracovávají sekvenčně. Transakcí jsou tři typy (typ 1, 2, 3 - náhodně smíchané a rovnoměrně zastoupené ve vstupním proudu) doba obsluhy je nenáhodná ( $T_1$  pro první typ,  $T_2$  pro druhý typ,  $T_3$  pro třetí typ). Chceme simulaci určit střední dobu zpracování transakce.

a) [1b] Proč nejde v tomto případě pro systém použít markovský model?

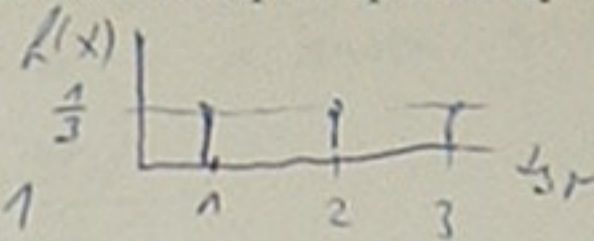
0

3 druhů transakcí rovnoměrně zastoupené

ale to není jen důvod!

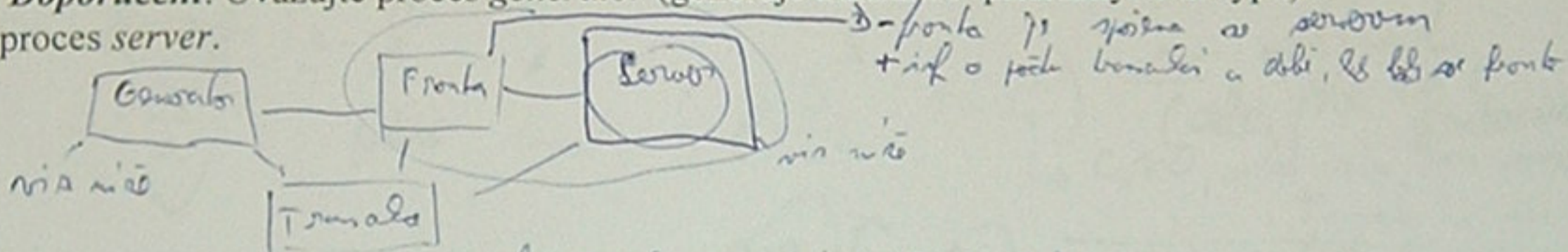
b) [4b] Nakreslete pravděpodobnostní rozdělení pro typ transakce a napište příslušný generátor (C, Java, pseudokód).

```
int typTransakce() {
    float x = rand() * MAX_CISLO; // hodnoty mezi 0 a 1
    if (x < 1/3) return 1;
    if (x < 2/3) return 2;
    return 3;
}
```



c) [3b] Proveďte objektovou analýzu pro simulační aplikaci, tj. popište typy používaných. Nezapomeňte na proměnné (objekty) potřebné pro statistiku.

Doporučení: Uvažujte proces generátor (generuje transakce příslušných tří typů) a proces server.



↳ obsahuje inf. podobě zpracování ( $T_1, T_2, T_3$ )  
- dělí se na HEAD

d) [12b] Napište potřebné programy procesů (použijte pokud možno abstraktní Simula-like pseudokód, popřípadě C-Sim či J-Sim).

Generátor transakcí:

```
public class Generator extends JSimProcess {
    Gen[] fronta;
    Transakce[] trans;

    public void live() {
        int T = br.transakce(); // - hod k-)?
        if (T == 1) {
            transakce = new Transakce(T1);
        } else if (T == 2) {
            transakce = new Transakce(T2);
        } else {
            transakce = new Transakce(T3);
        }
        transakce.addTo(fronta);
        if (fronta.getServ().isObsl()) {
            fronta.getServ().obsleh(trans);
        }
        // naplní generátor na nějaký čas podle lambda
    }
}
```

12

+ ab + log-catch  
- 2000000  
koda

3

```

server:
public class Server extends JSR-Process {
    Queue frontaIn, frontaOut;
    int[] T;
    void live() {
        if (!frontaIn.isEmpty()) {
            T = frontaIn.poll();
            // info pro server: mýj ná čas T, get DataZpracovani()
            // info o době zpracování po statistice
            // info o době obsluhy banky u systému
        }
        else {
            this.pause();
        }
    }
}

```

e) [3b] Jak se určí výsledná požadovaná statistika, tj střední doba zpracování transakce? (slovně shrnout)

3 po sledování simulace získáme čas se frontě a v serveru (zpracování) a rozdílne počtem transakcí: ~~...~~

f) [4b] Jak byste (alespoň přibližně) kontrolovali výsledky získané simulací pomocí Vám známých matematických vzorců uváděných pro matematicky řešitelné elementární systémy hromadné obsluhy. (Slovně plus potřebné vzorečky)

3 fronta:  $N \cdot T_u = L_u$ ;  $\rightarrow$   $A$  perioda transakce  $\rightarrow$   $L_u = \sum_{i=1}^n p_i T_i$  (odhad ale jde to i přesně)  $\rightarrow C_s \approx 0$ , pokud není doba zpracování ( $T_1$  nebo  $T_2$  nebo  $T_3$ )  
server:  $S = \frac{1}{a}$ ;  $a = \frac{1}{A}$   
 $L_u = \frac{1}{2} \frac{S}{1-S} (1 + C_s)$

g) [8b] Jaké úpravy modelu byste udělali, pokud by bylo požadováno určit pravděpodobnostní rozdělení délky fronty transakcí čekajících na zpracování (tj. p-li jednotlivých možných hodnot délky fronty). Popište slovně, můžete též použít kousky pseudokódu, vzorečky .... a co Vás napadne (případně na extra papír).

zavíme kódy fronta i musela by si pamatovat informace o tom, kolik a jaké by transakce byl se frontě a měřít časový interval

0