

Cvičení 10

V Ý R O K O V Á L O G I K A

1. Pravdivostní tabulkou dokažte, že níže uvedené formule výrokové logiky jsou tautologiemi: [à 1 bod]

- a) $\mathcal{A} \rightarrow (\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{A})$
- b) $(\mathcal{A} \rightarrow (\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{C})) \rightarrow ((\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}) \rightarrow (\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{C}))$
- c) $(\neg \mathcal{B} \rightarrow \neg \mathcal{A}) \rightarrow ((\neg \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{A}) \rightarrow \mathcal{B})$
- d) $\neg (\mathcal{A} \wedge \mathcal{B}) \leftrightarrow (\neg \mathcal{A} \vee \neg \mathcal{B})$
- e) $\mathcal{A} \wedge \mathcal{B} \leftrightarrow \neg (\mathcal{A} \rightarrow \neg \mathcal{B})$
- f) $\mathcal{A} \vee \mathcal{B} \leftrightarrow (\neg \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B})$

2. Pravdivostní tabulkou dokažte, které z níže uvedených formulí výrokové logiky jsou nebo nejsou tautologiemi: [à 1 bod]

- a) $(\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}) \leftrightarrow (\neg \mathcal{B} \rightarrow \neg \mathcal{A})$
- b) $((\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}) \rightarrow \mathcal{A}) \leftrightarrow \mathcal{A}$
- c) $((\mathcal{A} \wedge \mathcal{B}) \rightarrow \mathcal{C}) \rightarrow (\mathcal{A} \rightarrow (\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{C}))$

3. Mějte danu formuli výrokové logiky ve tvaru

$$(\neg p \rightarrow q) \wedge ((p \wedge \neg r) \leftrightarrow q) \quad .$$

V množině výroků této struktury najděte model(y), pokud existuje(í), v němž (nichž) je formule splněna (logicky pravdivá). [2 body]

4. K níže uvedeným logickým formulím vytvořte co nejjednodušší ekvivalentní formule, které budou obsahovat pouze logické spojky \wedge a \neg . [à 1 bod]

- a) $(p \vee q) \vee \neg r$,
- b) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$,
- c) $p \vee ((\neg q \wedge r) \rightarrow p)$.

5. Postupným odvozováním, resp. postupnými úpravami výrokových formulí, odvod'te, že následující závěry (u slovně definované úlohy závěr zapsaný pod čarou) vyplývají z uvedených tvrzení (jsou formálně dokazatelné z teorie tvořené tvrzeními uvedenými nad čarou) :

- $((p \rightarrow q), (q \rightarrow r), (r \rightarrow s)) \models (p \rightarrow s)$ [2 body]
- je-li mnohoúhelník pravidelný, pak do něho lze vepsat kružnici;
do daného mnohoúhelníku nelze vepsat kružnici;

daný mnohoúhelník není pravidelný [2 body]

6. Odvozením ze základních axiomů výrokového počtu aplikací pravidla modus ponens dokažte pravdivost závěru (tvrzení) následující úlohy: [3 body]

Úspěch v zaměstnání

Podrobným zkoumáním okolností, za nichž Martin dosáhl v zaměstnání významného postavení, jsme dospěli k následujícím poznatkům:

1. Martin vystudoval na vysoké škole informatiku, obor softwarové inženýrství.
2. Po ukončení vysokoškolského studia nastoupil do dynamicky se rozvíjející softwarové firmy, která vyžadovala vysokou kvalifikaci, a v ní se s úspěchem podílel na zpracování několika softwarových projektů.
3. Pro svůj zodpovědný přístup k plnění úkolů a výborné pracovní výsledky byl jak mezi spolupracovníky, tak i u nadřízených oblíben.
4. Proto byl záhy jmenován vedoucím oddělení softwarových projektů.

Postupnou aplikací pravidla odloučení (modus ponens) dokažte, že:

Martin musel vystudovat vysokou školu, obor softwarové inženýrství, aby se mohl stát vedoucím oddělení softwarových projektů.

7. Odvozením ze základních axiomů výrokového počtu aplikací pravidla modus ponens dokažte pravdivost závěru (tvrzení) následující úlohy: [5 bodů]
(pouhé odvození, tj. bez vytvoření výchozí formule [3 body])

Zločin v domě pana X

V domě pana X byl spáchán zločin. Na místo se dostavila skupina vyšetřovatelů v čele s komisařem kriminální služby, který prohlídkou místa činu a výslechem přítomných osob dospěl k následujícím skutečnostem (tvrzením):

1. Soused pana X řekl, že viděl pana X v obývacím pokoji.
2. Obývací pokoj sousedí s kuchyní.
3. Zločinec vystřelil v kuchyni.
4. Ránu bylo slyšet ve všech okolních místnostech.
5. Pan X, který má dobrý sluch, řekl, že ránu neslyšel.

Závěr: Jestliže soused mluvil pravdu, pak pan X lhal (a naopak).