Tepelné stroje a 2. věta termodynamiky

Vzorec pro práci plynu a 1.věta termodynamiky jasně ukazují možnost konstrukce tzv. ***tepelného stroje*** , který by využíval dodávané tepelné energie ke konání mechanické práce.

Práce stroje je obecně chápána ne jako jednorázový akt, ale jako (libovolně) dlouho trvající spojitý proces, složený z určitých, pravidelně se opakujících (pracovních a pomocných) dějů – tzv. ***periodicky (cyklicky) pracující stroj*** .

Jestliže takový tepelný stroj pracuje s nějakou plynovou náplní, pak požadavek opakujících se, periodických termodynamických procesů vede k tomu, že po určité době – periodě opakování – se plyn musí nutně dostat do stejného stavu – tzn. že křivka takového procesu (např. v p-V diagramu) musí být uzavřená.

Periodicky pracující tepelný stroj využívá při své činnosti uzavřený (kruhový) termodynamický proces (cyklus).

Tato podmínka nám velmi zjednoduší aplikaci 1.věty termodynamiky, neboť použijeme-li její diferenciální tvar :

$$dA = dQ - dU$$

a integrujeme-li ho přes uzavřenou integrační cestu :

$$\oint dA = \oint dQ - \oint dU$$

Pak poslední výraz bude nulový (stavová veličina) a dostáváme :

$$\boxed{A = Q}$$

vykonaná práce a dodané teplo při kruhovém procesu

Práce vykonaná plynem při kruhovém termodynamickém procesu se tak přímo rovná dodanému teplu.

Zdálo se, že tento vztah otevírá nadějnou možnost praktické konstrukce tepelného stroje, pracujícího na základě kruhového děje, řádně podle zákona zachování energie (žádné perpetuum mobile), s úžasnou 100% - ní účinností přeměny dodaného tepla na mechanickou práci.

O to větší bylo zklamání tvůrců prvních parních strojů, jejichž využití tepelné energie dosahovalo pouze nepatrné části této hodnoty a zásadní zvýšení účinnosti nepřinášelo ani další zdokonalování konstrukce strojů.
„Něco podivného“ stále bránilo dokonalé přeměně tepelné energie na mechanickou práci a další vývoj ukázal, že jde o překážky velmi principiální a že tepelný stroj s účinností 100% je stejně nereálný jako stroj, který by konal práci „z ničeho“ – tj. odporoval by zákonu zachování energie (perpetuum mobile).

Jádro problému bylo v tom, že 1.věta termodynamiky – zákon zachování energie – se ukázala být pouze nutnou podmínkou existence (realizace) termodynamických procesů, nikoliv však podmínkou postačující, neboť lze popsat velké množství procesů splňujících tento zákon, které však nikdy reálně neproběhnou.

Typickými „nikdy neprobíhajícími procesy“ jsou neexistující zpětné děje nevratných procesů, které jsme poznali v minulé kapitole. Mezi všemi možnými nevratnými ději se pak považuje za principiálně nejvýznamnější skupina ***samovolných (přirozených) procesů*** , které během konečné relaxační doby přivedou každou izolovanou nerovnovážnou soustavu do stavu termodynamické rovnováhy :

1) ***Přechod tepla z tělesa teplejšího na těleso chladnější.***

2) ***Expanze plynu do místa nižšího tlaku (do vakua).***

3) ***Difúze plynu.***

4) ***Přeměna mechanické energie makroskopických těles na teplo.***

Všechny tyto děje jsou způsobeny či spojeny s „tepelným“ pohybem částic hmoty, proto byl proces přenosu tepla považován za teoreticky nejdůležitější, zejména když se také ukázalo, že právě směr přechodu tepla omezuje účinnost práce tepelného stroje.

Proto fyzikové v polovině 19.století usilovně hledali kritéria, kterými by doplnili 1.větu termodynamiky, a upřesnili tak podmínky realizace termodynamických procesů – tak vznikla ***2.věta termodynamiky***.

2.věta termodynamiky existuje v několika variantách (které se od sebe ještě mohou lišit v různých učebnicích) – od formulace „technické“ týkající se činnosti tepelného stroje až po formulaci velmi teoretickou :

1) ***Není možno sestrojit periodicky pracující stroj, který by nezpůsoboval nic jiného, než že by ochlazoval tepelnou lázeň a konal rovnocennou práci. (William Thomson = lord Kelvin – 1851, Max Planck)***

2) ***Není možno sestrojit perpetum mobile druhého druhu. (Friedrich Wilhelm Ostwald)***

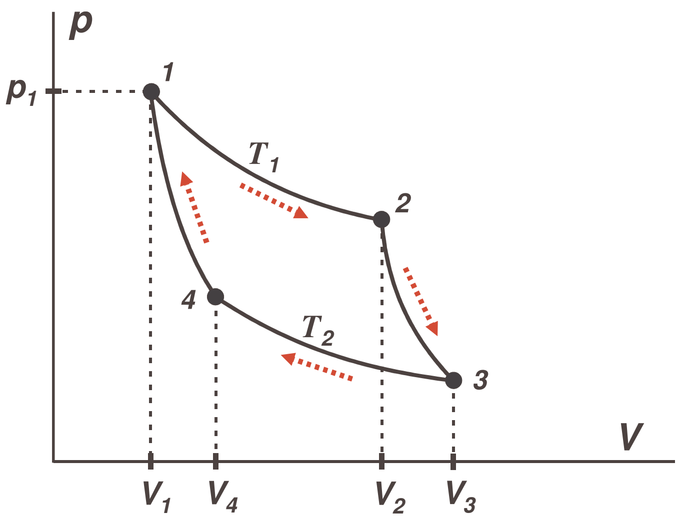
3) ***Teplo nemůže samovolně přecházet ze studenějšího tělesa na teplejší. (Rudolf Julius Emanuel Clausius - 1850)***

4) ***V každém libovolném okolí libovolného počátečního stavu termicky homogenního systému existují stavy, k nimž se není možno libovolně přiblížit adiabatickou změnou stavových parametrů. (Constantin Carathéodory, řecký matematik - 1909)***

Neexistující ***tepelný stroj, který by dokonale přeměňoval tepelnou energii na práci***, je tedy nazván ***perpetum mobile druhého druhu***

(perpetum mobile prvního druhu je neexistující stroj, který „nedodržuje“ zákon zachování energie)

Souvislost takového stroje se směrem přechodu tepelné energie dobře poznáme, jestliže prostudujeme činnost ideálního „vzorového“ tepelného stroje, pracujícího na principu ***Carnotova vratného kruhového děje*** (cyklu), který je sestaven ze čtyř jednoduchých vratných procesů ideálního plynu (viz obrázek).



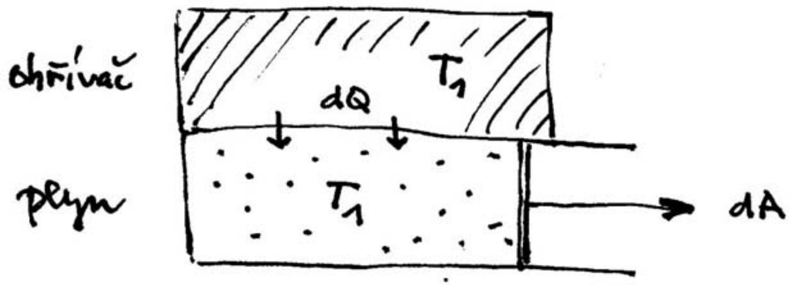
Popišme nyní podrobně jednotlivé „větve“ tohoto cyklu, podmínky jejich realizace a vzájemnou přeměnu energií (viz také minulá kapitola) :

1. Izotermická expanze

Při teplotě T_1 = konst. dochází k izotermické expanzi plynu ze stavu 1 (p_1,V_1,T_1) do stavu 2 (p_2,V_2,T_1) podle stavové rovnice :

$$p_1 \cdot V_1 \ = \ p_2 \cdot V_2$$

Podmínkou realizace tohoto izotermického procesu, která zaručí jeho konstantní teplotu, je dokonalý tepelný styk plynu se zdrojem tepla, tzv. ohřívačem :



Konstantní teplota pak znamená, že se nemění vnitřní energie plynu a podle 1.věty se tedy dodané teplo přímo přeměňuje na práci stejné velikosti :

$$dA \ = \ dQ - dU \ = \ dQ$$

Potom celková práce vykonaná plynem a teplo dodané plynu při celé expanzi bude (viz minulá kapitola) :

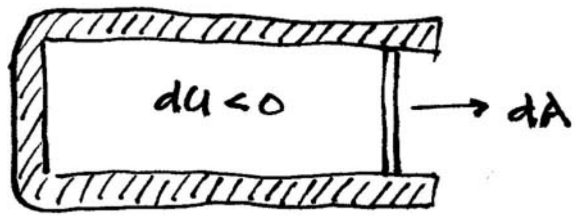
$$A_1 \ = \ Q_1 \ = \ \int_1^2 p \cdot dV \ = \ \nu \cdot R \cdot T_1 \cdot \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \ = \ \nu \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \quad > 0$$

2. Adiabatická expanze

Adiabatická expanze plynu ze stavu 2 (p_2,V_2,T_1) do stavu 3 (p_3,V_3,T_2) probíhá podle stavové rovnice :

$$p_2 \cdot V_2^{\kappa} \ = \ p_3 \cdot V_3^{\kappa}$$

Tento proces musí probíhat při dokonalé tepelné izolaci , která zaručí nulovou výměnu tepla s okolím :



Plyn tedy koná práci pouze na úkor své vnitřní energie :

$$dA = dQ - dU = -dU$$

Celková vykonaná práce plynem se potom projeví snížením vnitřní energie plynu, tj. poklesem teploty plynu z T_1 na T_2 :

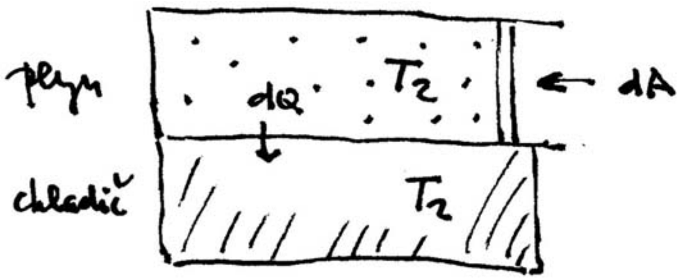
$$A_2 = -\Delta U = \int_{T_1}^{T_2} -\nu \cdot C_V \cdot dT = -\nu \cdot C_V \cdot (T_2 - T_1) \quad > 0$$

3. Izotermická komprese

Při teplotě T_2 = konst. dochází k izotermické kompresi plynu ze stavu 3 (p_3, V_3, T_2) do stavu 4 (p_4, V_4, T_2) podle stavové rovnice :

$$p_3 \cdot V_3 = p_4 \cdot V_4$$

Konstantní teplotu plynu musí opět zaručit dokonalý tepelný styk s jímačem tepla, tzv. chladičem :



Konstantní teplota plynu opět znamená, že vnitřní energie plynu se nemění a podle 1.věty se opět práce plynu rovná dodanému teplu :

$$dA = dQ - dU = dQ$$

Obě tyto veličiny jsou ovšem nyní – při stlačování plynu – záporné. Práci tedy konají vnější síly a je „dodávána" do plynu a záporné teplo znamená, že tepelná energie je plynu odebírána a přechází z plynu do okolí – do chladiče.

Při celé kompresi vykonaná práce a dodané teplo budou :

$$A_3 = Q_2 = \int_3^4 p \cdot dV = \nu \cdot R \cdot T_2 \cdot \int_{V_3}^{V_4} \frac{dV}{V} = \nu \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} \quad < 0$$

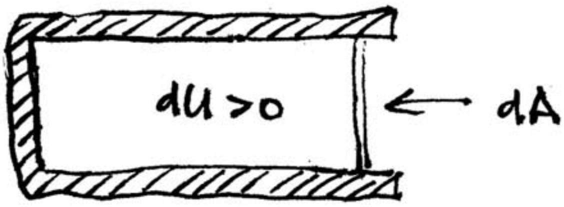
(Dodané teplo je označeno v pořadí jako druhé v Carnotově cyklu, rovněž při druhé teplotě)

4. Adiabatická komprese

Adiabatická komprese plynu ze stavu 4 (p_4, V_4, T_2) do počátečního stavu 1 (p_1, V_1, T_1) probíhá podle stavové rovnice :

$$p_4 \cdot V_4^{\kappa} = p_1 \cdot V_1^{\kappa}$$

Plyn je opět dokonale tepelně izolován od okolí :



Matematický zápis pro vykonanou práci podle 1.věty je stejný jako při adiabatické expanzi :

$$dA = dQ - dU = -dU$$

Nyní je ovšem práce plynu záporná, protože při kompresi ji konají vnější síly – práce je „dodávána" do plynu a za celou kompresi se projeví zvýšením vnitřní energie a zvýšením teploty z T_2 na původní hodnotu T_1 :

$$A_4 = -\Delta U = \int_{T_2}^{T_1} -\nu \cdot C_V \cdot dT = -\nu \cdot C_V \cdot (T_1 - T_2) < 0$$

Vykonaná práce při adiabatické kompresi je tedy přesně opačná než při expanzi – zvýšení vnitřní energie je tak přesně stejné, jako bylo její snížení a celková změna vnitřní energie je nulová, jako u každého kruhového termodynamického procesu.

Plyn se navrátil do počátečního stavu, křivka děje se uzavřela a práce tepelného stroje může dále pokračovat libovolným počtem opakování tohoto cyklu.

Nyní provedeme ***celkovou bilanci energií*** :

a) Celkem nezajímavý je pohled na vnitřní energii plynu, která z původní hodnoty odpovídající počáteční teplotě :

$$U_1 = \nu \cdot C_V \cdot T_1$$

poklesla při adiabatické expanzi na hodnotu :

$$U_2 = \nu \cdot C_V \cdot T_2$$

A při adiabatické kompresi do počátečního stavu plynu se vnitřní energie opět vrátila na původní hodnotu, jak se sluší na stavovou veličinu.

b) Celkovou práci plynem vykonanou při celém kruhovém Carnotově cyklu dostaneme jako součet všech dílčích prací :

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 =$$

$$= \nu \cdot R \cdot T_1 \cdot ln\frac{V_2}{V_1} - \nu \cdot C_V \cdot (T_2 - T_1) + \nu \cdot R \cdot T_2 \cdot ln\frac{V_4}{V_3} - \nu \cdot C_V \cdot (T_1 - T_2)$$

Práce při adiabatických dějích (A_2, A_4) se vyruší, potom :

$$A = A_1 + A_3 = \nu \cdot R \cdot T_1 \cdot ln\frac{V_2}{V_1} + \nu \cdot R \cdot T_2 \cdot ln\frac{V_4}{V_3}$$

K úpravě tohoto vztahu použijeme stavové rovnice jednotlivých dějů Carnotova cyklu :

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

$$p_2 \cdot V_2^{\kappa} = p_3 \cdot V_3^{\kappa}$$

$$p_3 \cdot V_3 = p_4 \cdot V_4$$

$$p_4 \cdot V_4^{\kappa} = p_1 \cdot V_1^{\kappa}$$

Všechny rovnice vynásobíme :

$$p_1 \cdot V_1 \cdot p_2 \cdot V_2^{\kappa} \cdot p_3 \cdot V_3 \cdot p_4 \cdot V_4^{\kappa} = p_2 \cdot V_2 \cdot p_3 \cdot V_3^{\kappa} \cdot p_4 \cdot V_4 \cdot p_1 \cdot V_1^{\kappa}$$

Po vykrácení všech tlaků vydělíme rovnici součinem všech objemů ($V_1.V_2.V_3.V_4$), a dostaneme tak :

$$(V_2 \cdot V_4)^{\kappa-1} = (V_3 \cdot V_1)^{\kappa-1}$$

Po odstranění exponentů můžeme stanovit poměr objemů :

$$\frac{V_4}{V_3} = \frac{V_1}{V_2}$$

který dosadíme do vztahu pro celkovou práci :

$$A = \nu \cdot R \cdot T_1 \cdot ln\frac{V_2}{V_1} + \nu \cdot R \cdot T_2 \cdot ln\frac{V_4}{V_3} = \nu \cdot R \cdot ln\frac{V_2}{V_1} \cdot (T_1 - T_2)$$

c) Celkové teplo dodané plynu při Carnotově cyklu se skládá pouze ze dvou členů – dodaných tepel při izotermických dějích, neboť při adiabatických procesech k tepelným výměnám nedochází :

$$Q = Q_1 + Q_2$$

Při výpočtu uplatníme rovnost tepla a práce při izotermickém ději a pak můžeme použít výsledek předchozí rovnice :

$$Q = Q_1 + Q_2 = A_1 + A_3 =$$

$$= \nu \cdot R \cdot T_1 \cdot ln\frac{V_2}{V_1} + \nu \cdot R \cdot T_2 \cdot ln\frac{V_4}{V_3} = \nu \cdot R \cdot ln\frac{V_2}{V_1} \cdot (T_1 - T_2) = A$$

Na konkrétním kruhovém termodynamickém ději jsme si tak ověřili obecně platný vztah pro kruhové cykly o rovnosti celkové vykonané práce a celkového přijatého tepla :

$$Q = A$$

V čem ale potom spočívá onen problém nedokonalé přeměny dodaného tepla na práci?

Práce vykonaná tepelným strojem se sice rovná celkovému přijatému teplu :

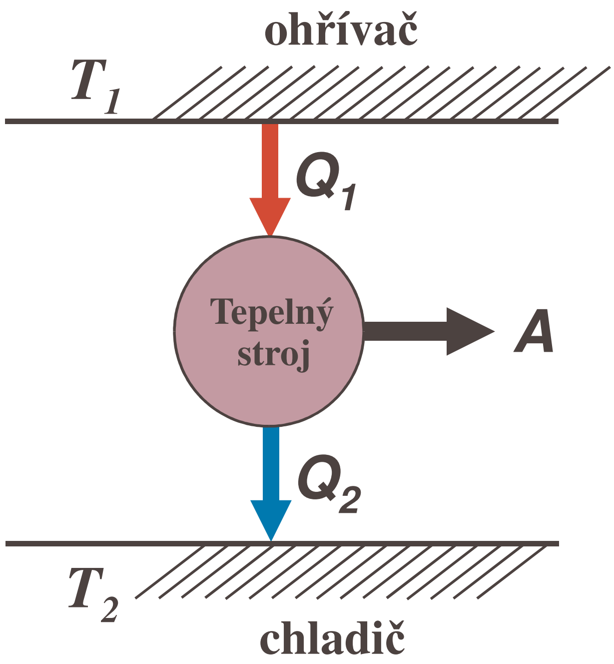
$$A = Q = Q_1 + Q_2$$

Ale toto celkové teplo je složeno ze dvou částí (Q_1, Q_2) a pouze prvně uvedené Q_1 je kladné, neboli je to teplo ***skutečně přijaté*** strojem z tepelného zdroje o teplotě T_1 – z ohřívače (kde se vytváří tepelná energie, např. spalováním paliva nebo přeměnou z jiné energie).

Druhá část celkového tepla Q_2 je záporná, tedy je to teplo ***odevzdané*** strojem do chladiče, pro využití strojem – přeměnu na práci – je to ovšem energie „ztracená“.
Napíšeme-li skutečně přijaté teplo na jednu stranu rovnice :

$$Q_1 = A - Q_2$$

vidíme názorně, jak stroj s touto dodanou energií naložil : přeměnil ji sice na mechanickou práci, ale určitou část dodaného tepla odevzdal „bez užitku“ do chladiče (viz obrázek).



Je zřejmé, že pro dokonalou přeměnu dodaného tepla na mechanickou práci by teplo vydané chladiči mělo být nulové, tj. tepelný stroj by měl pouze odebírat teplo z ohřívače a neměl by žádné teplo vydávat, nepotřeboval by pak spolupůsobení tělesa nižší teploty – chladiče (o této možnosti mluví první formulace 2.věty).

Ukázalo se však, že z podmínky uzavřenosti pracovního cyklu (+ samozřejmě energetický zisk) vyplývá nutnost, aby plyn vždy část dodaného tepla odevzdal do okolí (viz Clausiův integrál v další otázce) – přitom je nutné spolupůsobení tělesa nižší teploty, tj. chladiče.

Dokonalé přeměny tepla v práci by samozřejmě bylo dosaženo, kdyby teplo ztracené v chladiči mohlo samovolně přejít do ohřívače, a tak by se vrátilo do pracovního cyklu. To by ovšem vyžadovalo přechod tepla z tělesa chladnějšího na teplejší (a o tomto „nesmyslu“ hovoří další formulace 2.věty).

Tepelný stroj tedy nebude nikdy dokonale přeměňovat tepelnou energii na mechanickou práci a bude vždy vyžadovat existenci (minimálně) dvou spolupůsobících těles – ohřívače vyšší teploty a chladiče nižší teploty.

Teoretická účinnost tepelného stroje je pak definována v souladu s běžným chápáním jako poměr strojem vydávané energie – celkové mechanické práce (neuvažují se ztráty) – a energie stroji dodávané ve formě tepla :

$$\boxed{\eta = \frac{A}{Q_1}}$$

účinnost tepelného stroje

Pro Carnotův cyklus dosadíme získané výrazy pro celkovou práci a teplo skutečně přijaté od ohřívače :

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{\nu \cdot R \cdot ln\frac{V_2}{V_1} \cdot (T_1 - T_2)}{\nu \cdot R \cdot T_1 \cdot ln\frac{V_2}{V_1}}$$

a dostaneme tak známý vztah :

$$\boxed{\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}}$$

účinnost vratného Carnotova cyklu

Je vidět, že účinnost je vždy menší než 100% a že je dána pouze teplotami ohřívače a chladiče a vůbec nezávisí na druhu plynu, ani na detailním průběhu Carnotova cyklu (na délce jeho jednotlivých větví).

Další rozbory ukazují (viz poznámku za Carnotovou větou a Clausiův integrál pro vratné cykly v příští kapitole), že vratný Carnotův cyklus má ze všech možných vratných kruhových procesů nejvyšší možnou účinnost.

Podmínka vratnosti je důležitá, nevratné děje v pracovních cyklech tepelných strojů vždy snižují jejich účinnost (stačí si představit nevratnou expanzi plynu, např. při velmi rychlém pohybu pístu - plyn nestačí expandovat a tlak na píst bude menší než v rovnovážném stavu a zmenší se tedy i vykonaná práce).

Přednosti Carnotova cyklu shrnuje ***<u>Carnotova věta</u>*** **:**

Účinnost všech vratných Carnotových cyklů (pracujících se stejnými teplotami) je stejná a závisí pouze na těchto teplotách :

$$\boxed{\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}}$$

A účinnost libovolného uzavřeného <u>nevratného cyklu</u> pracujícího s týmiž teplotami je vždy <u>menší</u> :

$$\boxed{\eta = \frac{A}{Q_1} < \frac{T_1 - T_2}{T_1}}$$

<u>Pozn. :</u> Carnotovu větu je možno ještě doplnit zhodnocením účinnosti <u>libovolného</u> uzavřeného <u>vratného cyklu</u> , který by pracoval také se stejnými dvěma teplotami, ale lišil by se od Carnotova cyklu – mohl by být vytvořen například kombinací libovolného počtu známých vratných (izo)dějů, nebo v principu jakoukoliv uzavřenou křivkou kvazistatického děje v p-V diagramu.
(Jednoduchý příklad dostaneme, když dvě izotermy spojíme ne dvěma adiabatami, ale se dvěma izochorami.)

<u>Základní odlišnost</u> obecných uzavřených vratných cyklů od cyklu Carnotova tkví v tom, že zatímco realizace Carnotova kruhového děje vyžaduje pouze jeden ohřívač teploty T_1 a jeden chladič teploty T_2 , pak pro vytvoření libovolného jiného děje potřebujeme **další tepelné rezervoáry** – tedy další chladiče a ohřívače, nutné pro realizaci neadiabatických procesů - často speciálních vlastností (například požadujeme tepelné rezervoáry s pomalu se měnící teplotou, abychom zajistili izochorický kvazistatický ohřev a ochlazení plynu).
Pracovní teplota plynu je tedy obecně **spojitě proměnná veličina.** Tyto vratné obecné cykly vlastně nepracují **„se dvěma“ teplotami** T_1 a T_2 , ale **„mezi“** teplotou maximální (T_1) a minimální (T_2) .

Pro kvalifikovaný odhad pak stačí uvážit, že jakýkoliv <u>další ohřívač</u> znamená <u>další teplo dodané</u> plynu (při stejné vykonané práci, viz také T-S diagram v další kapitole) a tedy **nižší účinnost** cyklu. Přesný důkaz je možno provést pomocí <u>Clausiova integrálu</u> pro vratné cykly – opět v příští kapitole.

---

konec kapitoly **K. Rusňák, verze 01/2005**

část. rev. 04/2007