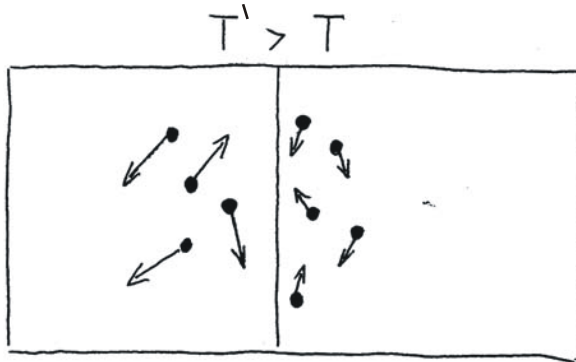


Teplu, práce a 1. věta termodynamiky

Teplu (tepelná energie)

Nyní již víme, že látka (plyn) s vyšší teplotou obsahuje částice (molekuly), které se pohybují s vyššími rychlostmi a můžeme posoudit, co se stane při styku s látkou o teplotě nižší.



Je zřejmé, že ve vzájemných srážkách se budou pomalejší částice urychlovat a rychlejší částice budou zpomalovat, tzn. že rychlejší částice budou předávat část své kinetické energie částicím pomalejším. Vnější důsledkem tohoto „mikroskopického“ procesu bude zvyšování teploty chladnější látky, tj. nárůst její vnitřní energie (a ochlazování látky teplejší, pokles její vnitřní energie).

Tento jev pak popisujeme slovy, že teplu přechází z látky teplejší na látku chladnější. Fyzikální veličinu teplu (tepelná energie) tedy definujeme :

Teplu je mikroskopickým způsobem (srážkami částic látky) předávaná část vnitřní energie látky.

Poznámka: Proces přenosu tepla by zřejmě pokračoval tak dlouho, dokud by se teploty obou těles nevyrovnaly – pak by nastal rovnovážný stav, kdy už by se teploty dále neměnily – stav termodynamické rovnováhy. Přejed teply z látek teplejších na látky chladnější je tedy jedním ze základních procesů, které vedou termodynamickou soustavu k tomuto stavu.

Vidíme tedy jasně, že na rozdíl od vnitřní energie není teplo spojené se stavem látky, ale je to veličina spojená s nějakým termodynamickým procesem (ohřívání nebo ochlazování).

Teplu není stavová veličina , je to veličina procesní .

Protože víme, že vnitřní energie je úměrná teplotě a množství látky, jistě nás nepřekvapí principiálně stejná závislost pro energii tepelnou, která je její částí :

Už ze střední školy znáte vztah pro teplo Q potřebné k ohřátí látky o hmotnosti m z teploty T_1 na teplotu T_2 (jinak řečeno - o teplotní rozdíl ΔT) :

$$Q = c \cdot m \cdot (T_2 - T_1) = c \cdot m \cdot \Delta T$$

Koeficient úměry c se nazývá měrná tepelná kapacita a má význam množství tepla potřebného k ohřátí jednotkové hmotnosti o jednotkový teplotní rozdíl [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]. Není to ovšem obecně konstanta, jak se vždy předpokládalo v početních příkladech, ale proměnná veličina závisující na stavu látky a i na způsobu ohřevu :

$$c = c(T, p, V)$$

Proto je nutné přejít k velmi malým – diferenciálním veličinám, tj. vyjádřit nejprve množství tepla potřebné k ohřátí látky o diferenciální teplotní rozdíl :

$$dQ = c \cdot m \cdot dT$$

A teprve potom můžeme vypočítat celkové teplo potřebné k ohřevu látky z teploty T_1 na teplotu T_2 , obecně řečeno při nějakém termodynamickém procesu ze stavu 1 (p_1, V_1, T_1) do stavu 2 (p_2, V_2, T_2), jako „součet“ těchto diferenciálních veličin – tj. integrál :

$$Q = \int_1^2 dQ = \int_{T_1}^{T_2} c \cdot m \cdot dT = m \cdot \int_{T_1}^{T_2} c \cdot dT$$

Samozřejmě, v případě konstantní měrné tepelné kapacity musíme dostat původní středoškolský vztah :

$$Q = c \cdot m \cdot \int_{T_1}^{T_2} dT = c \cdot m \cdot (T_2 - T_1)$$

Podobně jako ve stavové rovnici i při výpočtu tepla se často (u plynů) používá místo hmotnosti veličina látkové množství , pro kterou platí (viz kapitola „Ideální plyn“):

$$m = \nu \cdot M_{mol}$$

Pak bude mít vztah pro diferenciální teplo tvar :

$$dQ = c \cdot m \cdot dT = c \cdot \nu \cdot M_{mol} \cdot dT = \nu \cdot C \cdot dT$$

Jde tedy principiálně o stejný vztah přímé úměry, ale s jiným koeficientem C , který se nyní nazývá molární tepelná kapacita [$J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$]

Již v kapitole „Ideální plyn“ jsme si uvědomili, že proces zahřívání plynu je složitější než u pevné látky či kapaliny : při zvyšování teploty může plyn zvětšovat svůj objem (roztlačnost plynu) nebo tlak (rozpínavost plynu) nebo obecně objem i tlak současně.

Jak poznáte v kapitole následující, při zvětšování svého objemu koná plyn mechanickou práci, na kterou se pak mění část dodávaného tepla a ohřev plynu není tolik „efektivní“ jako při udržování konstantního objemu, tzn. na ohřev daného množství látky o jednotkový teplotní interval se spotřebuje větší množství tepla - molární tepelná kapacita bude tedy větší.

Definujeme proto **dva mezní způsoby ohřívání plynu** :

a) při konstantním objemu plynu, tj. při izochorickém ději (roztlačnost plynu podle zákona Boyle-Mariottova), kdy plyn nepracuje a veškeré dodané teplo se spotřebuje na jeho ohřev :

$$\boxed{dQ = \nu \cdot C_V \cdot dT} \quad \text{izochorický ohřev}$$

Potom molární tepelná kapacita při konstantním objemu má nejmenší možnou hodnotu stejně jako potřebné diferenciální teplo a také celkové potřebné (dodané) teplo při izochorickém ohřevu z teploty T_1 na teplotu T_2 :

$$Q = \int_{T_1}^{T_2} dQ = \nu \cdot \int_{T_1}^{T_2} C_V \cdot dT$$

b) při konstantním tlaku plynu, tj. při izobarickém ději (rozpínavost plynu opět podle zákona Boyle-Mariottova), kdy se část dodané tepelné energie mění na práci plynu. Rovnice pro teplo má stejný tvar, ale s jinou (větší) molární tepelnou kapacitou :

$$\boxed{dQ = \nu \cdot C_p \cdot dT} \quad \textit{izobarický ohřev}$$

Je tedy vždy :

$$C_p > C_V$$

a molární tepelná kapacita při konstantním tlaku má maximální možnou hodnotu, stejně jako dodané diferenciální teplo i celkové dodané teplo při izobarickém ohřevu z T_1 na T_2 :

$$Q = \int_{T_1}^{T_2} dQ = \nu \cdot \int_{T_1}^{T_2} C_p \cdot dT$$

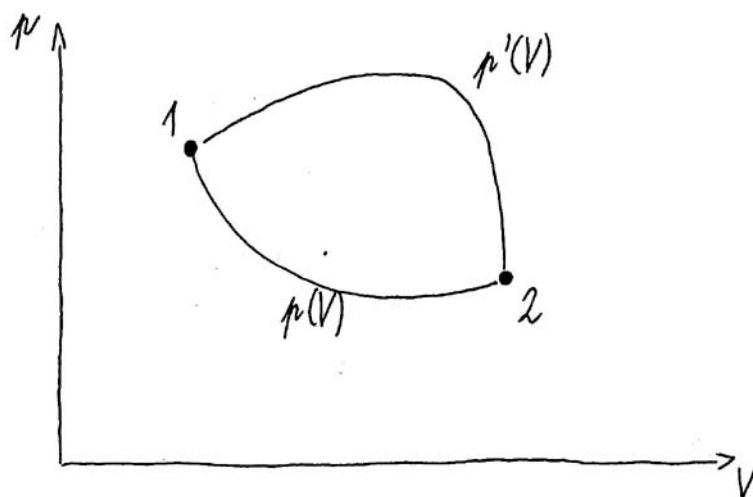
Jak uvidíme později, pro ideální plyn bude platit :

$$\boxed{C_p = C_V + R} \quad \textit{Meyerův vztah}$$

Při nějakém obecném procesu, kdy by došlo k menším objemovým změnám než v případě b), by tedy molární tepelná kapacita i dodané teplo byly jistě mezi uvedenými mezními hodnotami.

Vidíme, že velikost dodaného tepla při nějakém termodynamickém procesu závisí na způsobu (druhu) tohoto procesu.

Různé termodynamické procesy při ohřevu plynu z teploty T_1 na teplotu T_2 – obecně při přechodu ze stavu 1 (p_1, V_1, T_1) do stavu 2 (p_2, V_2, T_2) - je možno znázornit jako různé křivky, např. $p(V)$ a $p'(V)$ spojující oba stavy – viz obrázek.



Odlišná množství dodané tepelné energie při těchto procesech zapíšeme matematicky :

$$\int_{(p)}^2 dQ \neq \int_{(p')}^2 dQ$$

A po převodu pravého integrálu na levou stranu (jako jsme to již dělali u vnitřní energie, tam se ovšem jednalo o rovnici), dostaneme zásadní výsledek, a to že **teplo přijaté látkou při kruhovém termodynamickém ději je vždy různé od nuly** :

$$\oint dQ = Q \neq 0$$

Pro teplo dostáváme tedy vztahy analogické jako u vnitřní energie, ale s opačnými výsledky.

Všimněme si ještě odlišnosti diferenciálů těchto veličin : zatímco dU je skutečný diferenciál funkce U , v případě tepla neexistuje funkce Q , kterou bychom mohli diferencovat. Přesto však existuje nekonečně malá veličina přijatého tepla dQ , pro kterou máme exaktní vzorec – matematicky je to tzv. **neúplný diferenciál** (často se i odlišně označuje – jako δQ).

Pro procesní veličinu teplo (přijaté látkou – termodynamickou soustavou) tak můžeme napsat čtyři ekvivalentní tvrzení :

Q není stavová veličina	<i>(je to procesní veličina)</i>
↕	
dQ není úplný diferenciál	<i>(dQ je neúplný diferenciál)</i>
↕	
$\int_1^2 dQ \neq konst.$	<i>(teplo přijaté látkou závisí na druhu procesu)</i>
↕	
$Q = \oint dQ \neq 0$	<i>(teplo přijaté při kruhovém ději je vždy různé od nuly)</i>

Poznámka: Z matematického hlediska může být přijaté teplo kladné i záporné – bude tím označen směr přenosu tepelné energie :

$Q, dQ > 0$

teplo přijaté látkou, odevzdané okolím

$Q, dQ < 0$

teplo odevzdané látkou, přijaté okolím

Práce plynu

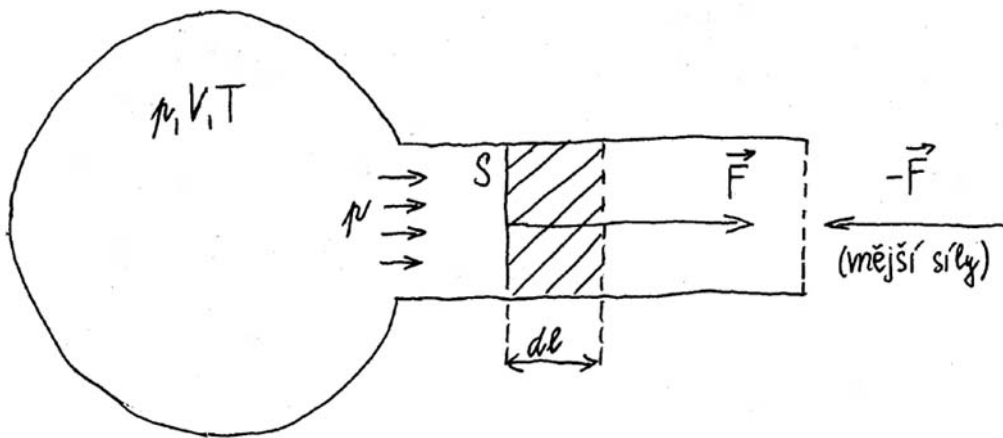
Důsledkem tlaku plynu je vznik sil působících na všechny plochy ohraničující objem plynu (stěny nádoby), přičemž musí platit :

$$p = \frac{F}{S}$$

definice tlaku

Rovnice je skalární, tlaková síla F je vždy kolmá na plochu S , na kterou působí (to platí pro plyny i pro kapaliny). Aby však tato síla konala nějakou práci, muselo by se její působíště, tj. plocha (stěny plynu), ještě pohybovat po nějaké dráze.

Na obrázku je znázorněna praktická realizace této podmínky – válec s pohyblivým pístem :



Na plochu pístu S vyvíjí tlak plynu sílu F podle horního vztahu :

$$F = p \cdot S$$

Za stavu klidu – termodynamické rovnováhy – je tato síla vyrovnávána vnějšími silami. Má-li ovšem začít nějaký termodynamický proces spojený s prací plynu, musí se samozřejmě rovnováha poněkud narušit, aby se mohl píst dát do pohybu (směrem vpravo).

Je zřejmé, že přitom se původní objem V plynu bude zvětšovat, a dojde tedy k poklesu tlaku a také síly působící na píst. Při výpočtu práce tedy musíme nejprve vypočítat elementární práci dA při nekonečně malé dráze – při posunu pístu dl (viz obr., dráha i síla jsou rovnoběžné) :

$$dA = F \cdot dl$$

Dosadíme za sílu :

$$dA = p \cdot S \cdot dl$$

Součin plochy a elementárního posunu je ale objem vyšrafovaný na obrázku, který představuje přírůstek (změnu) původního objemu V plynu – matematicky to je diferenciál tohoto objemu :

$$S \cdot dl = dV$$

Vztah pro elementární práci tedy bude velmi jednoduchý :

$$dA = p \cdot dV$$

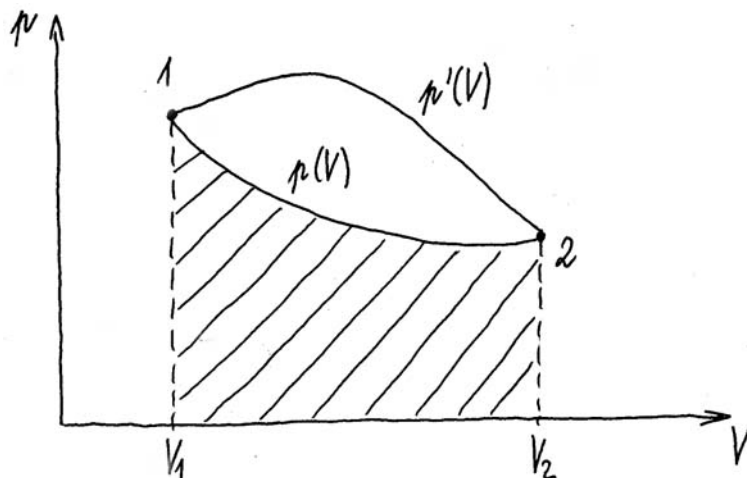
elementární práce plynu

Tato „transformace“ dráhy pístu na změnu objemu plynu je velmi efektivní – jednak jsme vyjádřili práci plynu pomocí jeho stavových veličin a také se „automaticky“ prozradí, kdo koná práci : pokud bude diferenciál objemu záporný, znamená to zmenšení objemu plynu, tedy pohyb pístu doleva a práce plynu je záporná – plyn „podléhá“ práci, kterou konají opačné vnější síly z okolí.

Po stanovení elementární práce pak můžeme pokračovat výpočtem celkové práce plynu při nějakém termodynamickém procesu ze stavu plynu 1 (p_1, V_1, T_1) do stavu 2 (p_2, V_2, T_2), která bude dána integrálem :

$$A = \int_1^2 dA = \int_1^2 p \cdot dV = \int_{V_1}^{V_2} p(V) \cdot dV$$

V průběhu tohoto procesu se tlak plynu obecně mění (byl by konstantní pouze ve zvláštním případě děje izobarického), což je na p-V diagramu znázorněno křivkou $p(V)$ spojující stav 1 a 2. Tato křivka tedy charakterizuje daný termodynamický proces a protože náš integrál má v tomto grafu velikost rovnou plošnému obsahu obrazce pod křivkou, vidíme jasně závislost vykonané práce A na druhu procesu (protože pro nějakou jinou křivku $p'(V)$ - tj. pro jiný proces - bude i tento obsah jiný).



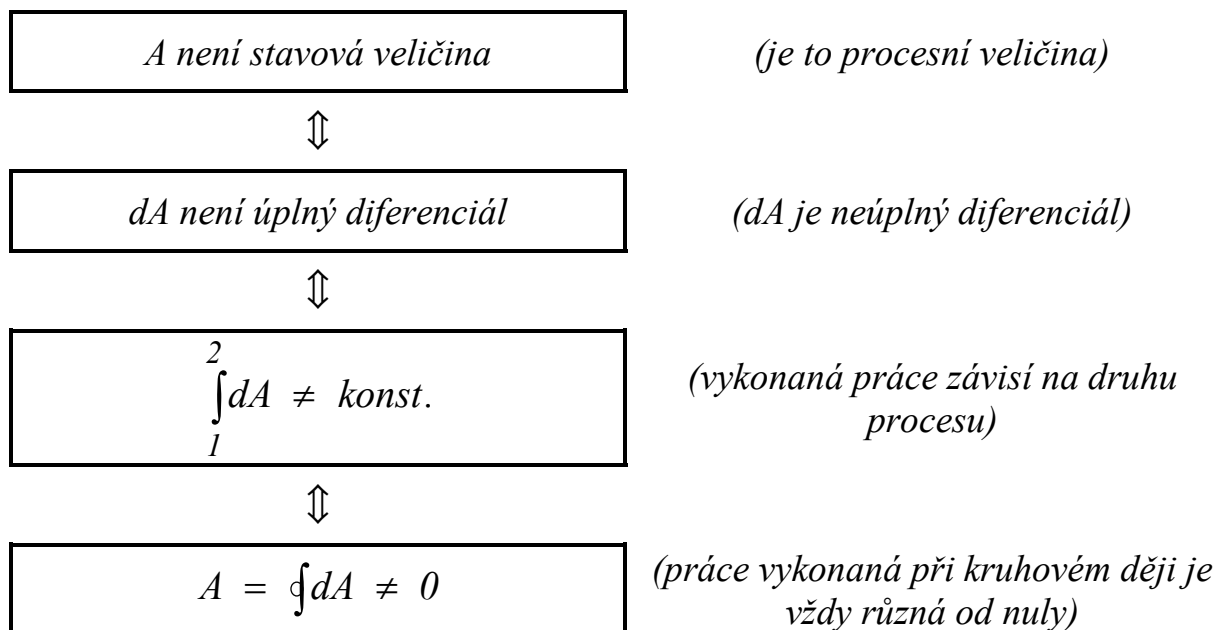
Práce plynu je tedy jednoznačně procesní veličina a matematické vztahy budou analogické jako u plynem přijatého tepla. Nejprve zapíšeme závislost práce na integrační cestě :

$$\int_{(p)}^2 dA \neq \int_{(p')}^2 dA$$

Po převodu pravého integrálu na levou stranu nás bude vzniklý integrál po uzavřené křivce informovat, že práce vykonaná plynem při krhovém ději je vždy různá od nuly :

$$\oint dA = A \neq 0$$

Diferenciál dA také samozřejmě není úplným diferenciálem (neexistuje funkce stavu A) a pro práci plynu dostáváme tedy opět známou čtveřici vztahů :



Poznámka: Také práce může být kladná i záporná – jak jsme již dříve konstatovali :

$A, dA > 0$	<u>práce vykonaná plynem</u>
$A, dA < 0$	<u>práce vykonaná okolím</u>

1. věta termodynamiky

Definice tepelné energie jako přijaté nebo odevzdané části energie vnitřní nám také ukazuje jasný vztah obou těchto veličin : **Přijme-li (odevzdá-li) plyn určité množství tepla, musí se to projevit vzrůstem (poklesem) vnitřní energie o stejnou hodnotu.**

Stejnou jednoznačnou závislost ovšem odhalíme ve vztahu vnitřní energie a práce termodynamické soustavy (plynu) : Jediným „zdrojem“ síly, která posunuje píst ve válci a koná tak mechanickou práci jsou nárazy pohybujících se molekul na tento píst. Při každé takové srážce se (původně nehybný) píst dá do pohybu (a koná práci) a naopak rychlost molekuly poklesne (podle zákona zachování hybnosti), poklesne tedy i její kinetická energie.

Přesně podle definice mechanické energie (zde kinetické) jako schopnosti vykonat práci se tak bude kinetická energie molekul plynu – **tj. vnitřní energie – přeměňovat na vykonanou práci stejné velikosti.**

Jestliže bude plyn konat zápornou práci, tj. skutečnou práci konají síly okolí a píst se posunuje doleva, bude tento pohyb „proti“ nalétávajícím molekulám zvyšovat jejich rychlost, tj. zvyšovat vnitřní energii plynu.

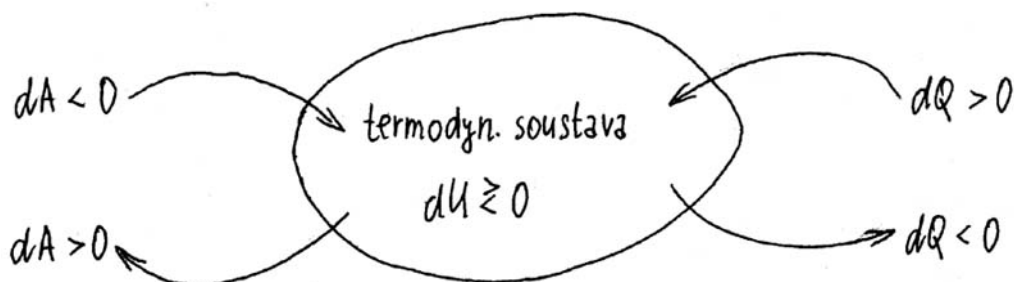
Celkem tedy můžeme konstatovat, že teplo dodávané plynu zvyšuje jeho vnitřní energii a práce plynem konaná ji o stejnou hodnotu snižuje :

$$dU = dQ - dA$$

1.věta termodynamiky (diferenciální tvar)

Odvodili jsme tak základní zákon termodynamiky (v diferenciálním tvaru), tzv. 1.větu termodynamiky, která neznamená nic jiného než zákon zachování energie termodynamické soustavy (plynu).

Nezapomeňte, že u všech veličin připouštíme kladné i záporné hodnoty, což u změny vnitřní energie znamená jen to, zda jde o její zvýšení nebo snížení, přírůstek nebo úbytek, ale u tepla a práce to však znamená směr „toku, přenosu“ příslušné formy energie (viz obrázek – tzv. konvence tepelného stroje).



Matematiký diferenciální tvar 1. věty můžeme samozřejmě integrovat pro libovolný termodynamický proces probíhající ze stavu 1 do stavu 2 :

$$\int_1^2 dU = \int_1^2 dQ - \int_1^2 dA$$

A dostaneme vztah celkové změny vnitřní energie při tomto procesu a celkového dodaného tepla a celkové vykonané práce :

$$\Delta U = Q - A$$

1.věta termodynamiky (integrální tvar)

Principiálně jde ovšem o stejnou závislost, která nyní nepopisuje malé diferenciální veličiny, ale celý termodynamický proces. U obou tvarů 1.věta termodynamiky si můžeme uvědomit, že práce s opačným znaménkem, tj. $-A$ ($-dA$) je práce vnějších sil a pak slovní formulace může znít :

Zvýšení vnitřní energie termodynamické soustavy je tvořeno součtem dodaného tepla a práce vykonané vnějšími silami (okolím termodynamické soustavy).

Z matematického hlediska může být na levé straně rovnice také dodané teplo a dostaneme tak ekvivalentní tvar 1.věty :

$$Q = \Delta U + A$$

$$dQ = dU + dA$$

který lze také velmi hezky vyjádřit : Teplo dodané plynu (termodynamické soustavě) se spotřebuje na zvýšení jeho vnitřní energie a na konání práce plynem.

A třetí varianta je „technicky“ nejdůležitější :

$$A = Q - \Delta U$$

$$dA = dQ - dU$$

protože nám říká, že *plyn může konat práci buď přeměnou z dodaného tepla, nebo na úkor své vnitřní energie.*

Nebo stručněji a obecněji :

Práci je možno konat pouze přeměnou z jiných forem energie.

Tuto větičku se snažili popřít desítky urputných vynálezců 19.století, aby samozřejmě nakonec rezignovaly : **Nelze sestrojít „perpetum mobile“** (1.druhu), stroj věčně pracující, který by konal mechanickou práci a nespotřebovával přitom ekvivalentní množství nějaké jiné energie.