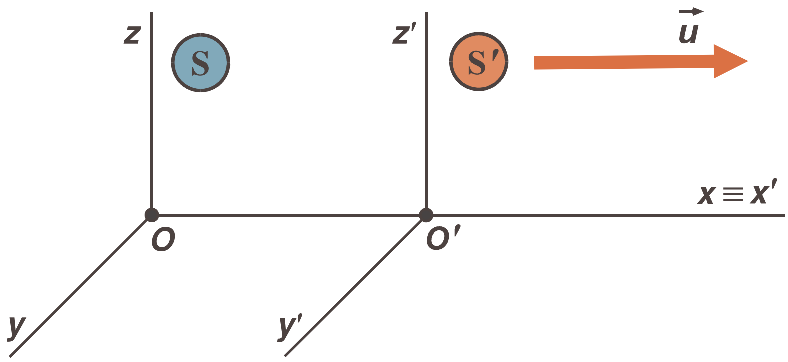
Časoprostorové „paradoxy“

Lorentzovy transformace , nové převodní vztahy mezi souřadnicemi inerciálních systémů, včetně času, přinášejí s sebou také **nové „časoprostorové“ vztahy** , které **odporují** dosavadní lidské zkušenosti s „makrosvětem“ kolem nás – a v tomto smyslu tak opravňují použití pojmu **paradoxy** .

Tyto časoprostorové vztahy však pravdivě a **objektivně popisují prostor a čas** „za hranicemi“ našeho lidského světa, nemají tedy nic společného s fikcí, zdáním, nebo omyly … , jsou pouze projevem dříve neznámého „relativního“ charakteru prostorových a časových vlastností materiálních objektů.

Všechny diskutované časoprostorové jevy jsou popisovány ve **zjednodušeném uspořádání** dvou inerciálních soustav, definovaném v minulé kapitole - kdy obě soustavy v nulovém čase splývají a unášivá rychlost soustavy S' je rovnoběžná se společnými x-ovými osami (viz obr.) :



1) Kontrakce (zkrácení) délek

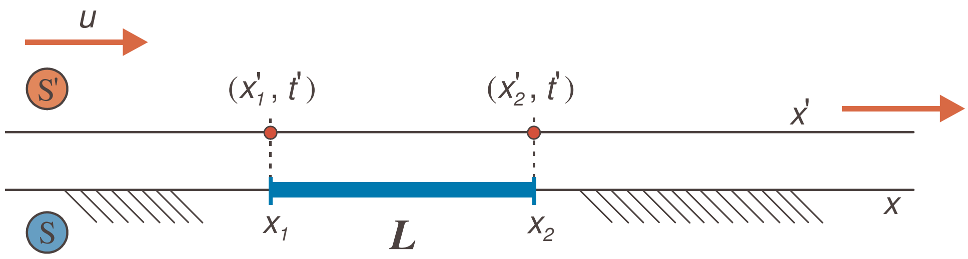
Představme si nějaké těleso - například tyč, které je v **klidu** v inerciální soustavě souřadnic S . Jev kontrakce se bude týkat pouze x-ových souřadnic, proto je na obrázku z celé soustavy znázorněna pouze tato osa a tyč je na ní nakreslena jako **nehybná úsečka** délky L .

Souřadnice koncových bodů x_1 a x_2 jsou jistě konstanty nezávislé na čase , kdy jsou změřeny pozorovatelem v soustavě S , a pro délku tyče zřejmě platí :

$$\boxed{L = \Delta x = x_2 - x_1}$$

délka tyče v S – klidová (vlastní) délka

Nyní určíme délku tyče ve druhé inerciální soustavě S', která se jako obvykle pohybuje unášivou rychlostí u . Osa x' této soustavy je podle předchozího obrázku geometricky totožná s osou x , je však zakreslena opticky oddělené , abychom si dobře uvědomili její pohyb uvedenou rychlostí vzhledem k ose x (viz obr.).



Pro stanovení délky v soustavě S' je opět nutno změřit souřadnice koncových bodů tyče na čárkované ose , tj. x_1' a x_2' a pro délku tyče **musí** (podle 1. postulátu) opět platit **stejný vztah** :

$$\boxed{L' = \Delta x' = x_2' - x_1'}$$

délka tyče v S'

Protože se ale osa x' vůči tyči pohybuje , tyto souřadnice se s časem neustále mění – a proto je nutné, aby byly změřeny **současně** - tedy v jednom **stejném okamžiku** (čase) t' .

Pro výpočet souřadnic koncových bodů pak s výhodou využijeme inverzní Lorentzovy transformace, které obsahují čárkovaný čas (nyní tedy stejný) :

$$x_1 = \frac{x_1' + u \cdot t'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

$$x_2 = \frac{x_2' + u \cdot t'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

A dosadíme do prvního vztahu, pro délku tyče v soustavě S :

$$L = x_2 - x_1 = \frac{x_2' + u \cdot t'}{\sqrt{1-u^2/c^2}} - \frac{x_1' + u \cdot t'}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{x_2' - x_1'}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{L'}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

Výraz pod odmocninou je vždy menší než jedna, Proto je změřená délka tyče v soustavě S' , pohybující se vůči tyči, vždy **menší** než klidová (vlastni) délka :

$$\boxed{L' = L \cdot \sqrt{1-u^2/c^2} < L}$$

kontrakce délky

Ve shodě s Einsteinem považujeme výsledek měření za **existující objektivní vlastnost** tělesa (tyče), tedy konstatování **„délka tyče je naměřena 45 cm“** je **ekvivalentní** větě **„délka tyče je 45 cm“** .

Jestliže si uvědomíme **relativnost klidu a pohybu** (tedy, že také tyč - soustava S - se pohybuje vůči soustavě S') a představíme si sebe jako **pozorovatele v S'** , můžeme konstatovat obecnějším způsobem, bez konkrétního označování soustav :

Délka pohybujícího se tělesa je (naměříme ji) **vždy menší než jeho délka klidová - tj. změřená v klidové soustavě tělesa.**

Dále uvažujme o rozměrech tělesa na osách kolmých na směr pohybu. Představíme si proto naši tyč položenou na osách y a z a aplikujeme Lorentzovy transformace :

$$\Delta y = y_2 - y_1 = y_2' - y_1' = \Delta y'$$
$$\Delta z = z_2 - z_1 = z_2' - z_1' = \Delta z'$$

Vidíme, že na těchto osách ke změnám délek nedochází. Můžeme tedy ještě doplnit předchozí konstatování :

Kontrakce délek nastává jen ve směru pohybu těles.

Poznamenejme na závěr, že v našich úvahách bychom mohli také používat pojem **událost** , definovaný v kapitole „Základní postuláty" :

Měření souřadnic koncových bodů tyče na ose x' by tedy v tomto smyslu byly dvě ***současné události*** na **dvou různých místech** této osy - o časoprostorových souřadnicích (x_1', t') a (x_2', t') - které by zřejmě vyžadovaly použití dvou vlastních hodin soustavy S' (a také dvou pozorovatelů).

Takové dosti "těžkopádné" měření by asi mohlo být za určitých podmínek nahrazeno například fotografováním tělesa, které by jistě zvládl jeden pozorovatel s jedněmi hodinami

Pozn. : Fotoaparát by asi musel být umístěn přesně na kolmé centrální ose tyče, aby vzdálenosti ke koncovým bodům byly stejné - tj. aby byla i stejná doba chodu světelných paprsků do objektivu).

Proces fotografování pak přibližně souhlasí s obyčejným pozorováním lidským okem, tzn. pohybující se těleso bychom **"viděli zkrácené"** ve směru jeho pohybu.

Nelaskavý čtenář na tomto místě asi projeví zklamání z teorie relativity, vždyť klasická fyzika přináší často výraznější prostorové efekty (viz *"tyč do vody ponořená zdá se býti zalomená"* , apod.), pokračujte ale prosím ve čtení, situace se značně vylepší

2) Dilatace (prodloužení) času

Představme si nyní, že na nějakém obecném místě (x, y, z) soustavy S proběhne určitý **děj** (proces), který má ***dobu trvání*** Δt. Jestliže označíme jako t_1 čas příslušný **začátku** tohoto děje a t_2 čas jeho **konce**, pak si můžeme uvědomit, že jsme vlastně definovali **dvě události** v časoprostoru, které se staly na tomto jednom místě - tzv. ***soumístné události*** v soustavě S (předpokládejme, že tyto události se staly na x-ových osách - potom ostatní dvě souřadnice jsou nulové v obou soustavách – nebudeme je nezapisovat) :

(x, t_1) …… začátek děje – **první událost v soustavě** S

(x, t_2) …… konec děje – **druhá událost v soustavě** S

Časy těchto událostí jsou tedy změřeny na jednom místě soustavy S, tj. na jedněch nehybných hodinách H v tomto místě. Tím je zaručeno, že se jedná skutečně o vlastní čas soustavy S. Pro **dobu trvání** děje, jinak řečeno pro **časový interval** mezi těmito událostmi, můžeme napsat :

$$\boxed{\Delta t = t_2 - t_1}$$

klidová doba trvání - časový interval v soustavě S

Nyní se pokusíme určit, jaký časový interval mezi těmito událostmi naměří pozorovatel ve druhé pohybující se soustavě S'. Když označíme časy těchto událostí t_1' a t_2', bude analogicky :

$$\boxed{\Delta t' = t_2' - t_1'}$$

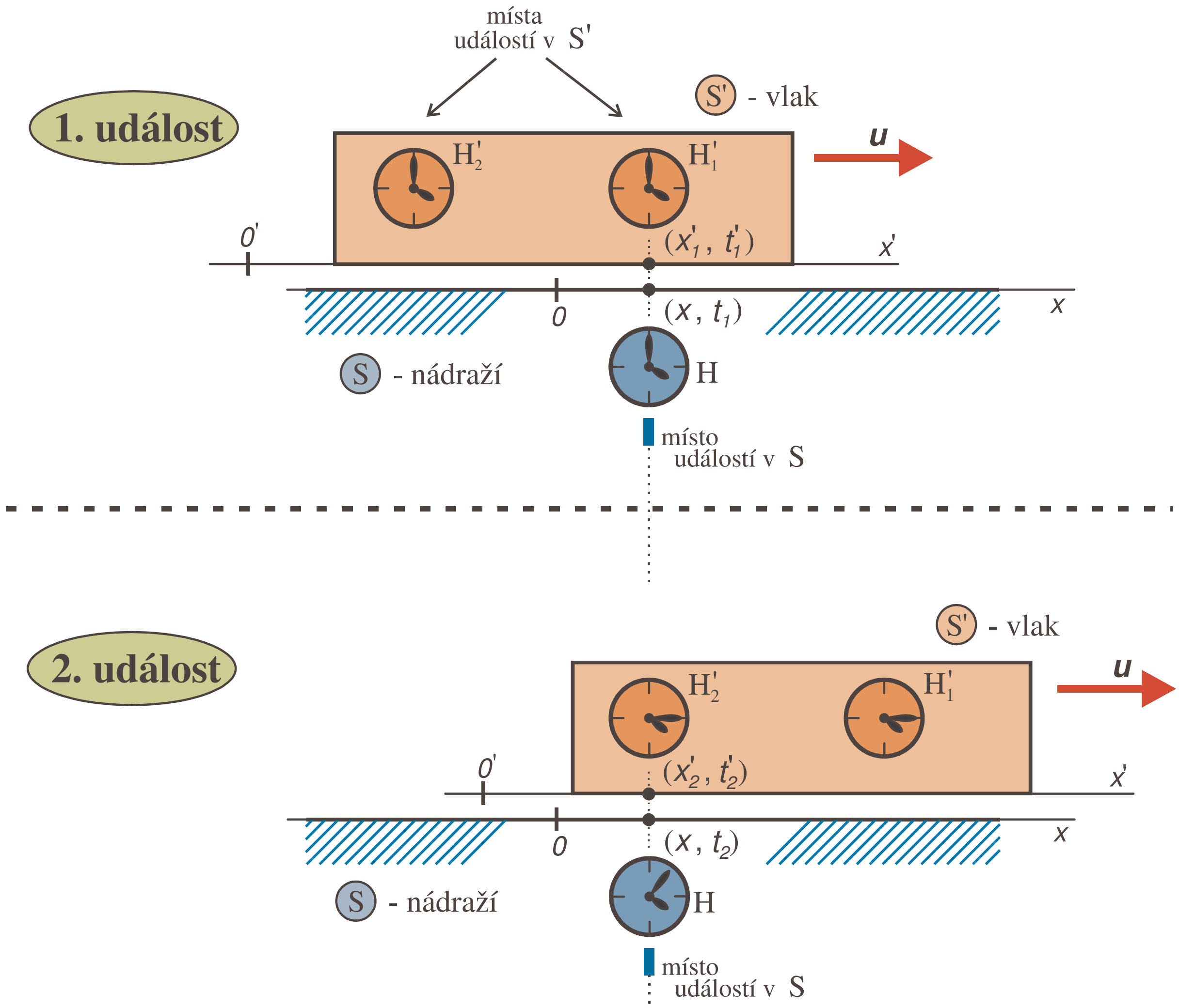
doba trvání - časový interval v soustavě S'

Na obrázku jsou z obou soustav zakresleny opět pouze oddělené x-ové osy. Pro názornost si můžeme představit soustavu S například jako nádraží a soustavu S' jako projíždějící vlak. Dvě soumístné událostmi na nádraží (v S) jsou pak například rozsvícení zeleného světla na semaforu a následné rozsvícení červeného světla na stejném semaforu (viz obr.) .

Protože se osa x' (vlak) pohybuje, jsou místa těchto událostí v S' obecně různá, tj. x_1' a x_2' (například rozsvícení zeleného světla na semaforu se stane na úrovni počátku vlaku a když se rozsvítí světlo červené, je semafor na úrovni konce vlaku) - **v soustavě S' tedy vznikly dvě nesoumístné události** :

(x_1', t_1') …… **první událost v soustavě** S'

(x_2', t_2') …… **druhá událost v soustavě** S'



Stanovení času každé událostí ovšem vždy vyžaduje nehybné hodiny na místě této událostí. V soustavě S' tedy potřebujeme **dvoje synchronizované hodiny** (H_1' na místě x_1' a H_2' na místě x_2') , zatímco v soustavě S stačí pouze jedny hodiny (H na místě x) (viz obr.) .

Pro časové souřadnice použijeme dále Lorentzovy transformace, nyní se bude hodit jejich základní tvar, který dosadíme do vztahu pro čárkovaný časový interval :

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{t_2 - u \cdot x / c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} - \frac{t_1 - u \cdot x / c^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$$

Výraz pod odmocninou je vždy menší než jedna, proto **dobu trvání** nějakého děje - tj. **časový interval** mezi dvěma soumístnými událostmi, naměříme **v pohybující se** soustavě S' vždy **větší** než v klidové soustavě S :

$$\boxed{\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-u^2/c^2}} > \Delta t}$$

dilatace času

Jestliže si opět - jako u kontrakce délek - uvědomíme **relativnost klidu a pohybu** a představíme-li si sebe jako pozorovatele ve vlaku, pak můžeme oprávněně konstatovat, že nádraží se pohybuje unášivou rychlostí vůči nám (vlaku), a dilataci času lze tedy také popsat obecněji, bez konkrétního označování soustav :

Dobu trvání nějakého děje probíhajícího na pohybujícím se tělese (tj. časový interval mezi dvěma soumístnými událostmi na tomto tělese) **naměříme vždy větší než v klidové soustavě tělesa.**

V učebnicích se velmi často doba trvání děje aplikuje na chod vlastních hodin soustavy - předpokládá se, že časový interval Δt odpovídá jednomu „tiknutí" hodin (tj. např. době kmitu mechanického kyvadla, či periodě elektrických kmitů) – pak **prodloužení** tohoto intervalu znamená vlastně **zpomalení** chodu hodin. Tedy :

Hodiny v pohybující se soustavě jdou (tikají) **z hlediska klidové soustavy pomaleji.**

Jev dilatace času je dnes možno považovat za **spolehlivě ověřený** na mnoha experimentech, například :

a) Záření pohybujících se atomů

Jestliže atomům (molekulám, iontům) dodáváme zvnějšku energii (zahřátím, nárazy jiných částic, zářením) začnou tyto atomy samy **vyzařovat elektromagnetické vlnění** , které má přesné a stálé frekvence, dané pouze energetickými hladinami elektronového obalu atomu. **Periody** tohoto vlnění pak dokonale odpovídají definici **vlastní doby trvání** (je to časový interval mezi opakujícími se hodnotami – například mezi maximálními hodnotami elektrické intenzity ve vlnění).
Zářící atomy, jako relativně lehké částice, lze snadno uvést do pohybu (například také pouhým zahřátím) a **klidový laboratorní detektor** pak musí podle vztahu pro dilataci času přijímat vlnění, které bude mít **zvětšenou periodu** , tj. také **větší vlnovou délku** (viz známý vztah $\lambda = c \cdot f = c / T$).
Vlnová délka bude proto ve spektru posunutá k vyšším hodnotám, pro oblast viditelného světla je to směrem k červené barvě – tak vzniká tzv. "***rudý posuv***" spektrálních čar .
Prokazatelné měření bylo vykonáno již v roce 1938.

b) Doba života pohybujících se mikročástic

Mediálně známý je případ částic zvaných **mezony** μ , které se dají dobře připravit v laboratořích jako téměř klidové částice s **dobou života** $2{,}2 \cdot 10^{-6}$ sec. Vznikají ale také působením kosmického záření v horních vrstvách atmosféry (více než 10 km nad zemí) jako superrychlé částice (*0,9994.c*) a jsou potom bez problémů detekovány na povrchu Země.

Bez existence teorie relativity by tak ale vznikla **velká záhada** , neboť i kdyby se μ -mezony pohybovaly přímo rychlostí světla, za dobu svého života by mohly urazit **maximálně** dráhu :

$$s = c \cdot t = 3 \cdot 10^{8} \cdot 2{,}2 \cdot 10^{-6} = 660\ m$$

a neměly by tedy žádnou šanci dorazit až k 10 kilometrů vzdálenému pozemskému detektoru.

Jejich doba života je však podle výše uvedeného výkladu jejich **vlastní časový interval** , protože je změřená v jejich **klidové** souřadné soustavě, která se nyní ale spolu s nimi **pohybuje vůči Zemi** vysokou rychlostí 0,9994 c .

Doba života mezonů v pozemské soustavě se proto podle vztahu pro dilataci času výrazně **zvětší** (asi třicetinásobně) na hodnotu :

$$\Delta t' = \frac{2{,}2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{1 - (0{,}9994)^2}} = 63{,}5 \cdot 10^{-6}\ sec.$$

která je již více než dostatečná pro překonání uvedené vzdálenosti k povrchu Země.

c) Přímé měření času na pohybujících se tělesech

Ohromující přesnost tzv. atomových hodin (10^{-13} sec.) umožnila už v roce 1977 přímé ověření dilatace času. Přitom se údaj **stacionárních hodin** na Zemi **porovnal** s údajem **hodin v letadle** , které obletělo zeměkouli (bylo to běžné dopravní letadlo). Při jeho rychlosti zdaleka nedosahující 1000 km/hod. stačil dokonce i let podstatně kratší, aby mohlo být spolehlivě konstatováno, že hodiny v letadle se **zpožďují** – tedy jdou **pomaleji** oproti pozemským hodinám o několik desítek nanosekund (10^{-9} sec.).

Vzorec pro dilataci času je proto dnes tímto způsobem ověřen s přesností řádu desetin procenta (bylo ovšem nutno odseparovat časovou diferenci podle obecné teorie relativity)

Zdá se, že takové přímé měření potvrzuje představy zejména autorů sci-fi o kosmickém cestování, kdy totiž kosmonaut po návratu zjistí, že jeho současníci zestárli na Zemi mnohem více nežli on, případně že již ani nežijí.

Laskavý čtenář se ovšem na tomto místě jistě dostane do rozpaků - vždyť přece platí **relativnost klidu a pohybu** - kosmonaut tak může bez rozpaků tvrdit, že ne on, ale Země od jeho rakety “odlétla” a pak se vrátila a tak že tedy on musí být starší než “přilétnuvší” pozemšťané – tak vzniká tzv. ***paradox dvojčat*** .

Řešení tohoto problému není zcela jednoduché …

Je zřejmé, že hrátky s časem, které v klasické fyzice nemají obdoby, jsou daleko efektnější než změny délek. A to ještě zdaleka není všechno - v dalším výkladu objevíme problém nesrovnatelně důležitější než spor o to, kdo bude stařešinou :

3) Relativnost současnosti

V prvním odstavci o kontrakci délek jsme již poznali dvě současné události, které nastaly na různých místech, tj. ***současné nesoumístné události*** . Časoprostorové souřadnice takových událostí můžeme v soustavě S zapsat (předpokládáme opět události na x-ových osách, nepíšeme tedy ostatní nulové souřadnice) :

(x_1, t_1) ……… **událost č. 1 v soustavě** S

(x_2, t_2) ……… **událost č. 2 v soustavě** S

A **současnost** těchto událostí lze potom charakterizovat **rovností jejich časů** , jinak také **nulovým časovým intervalem** :

$$\boxed{t_1 = t_2} \qquad \boxed{\Delta t = t_2 - t_1 = 0}$$

Nyní si položíme otázku, **jaké jsou tyto události** ve druhé soustavě S' , zda jsou také **současné** ? Napíšeme nejprve obecně jejich souřadnice :

(x_1', t_1') ……… **událost č. 1 v soustavě** S'

(x_2', t_2') ……… **událost č. 2 v soustavě** S'

A prozkoumáme současnost událostí tak, že s využitím Lorentzových transformací vypočítáme jejich **časový interval** :

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{t_2 - u \cdot x_2 / c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - \frac{t_1 - u \cdot x_1 / c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{t_2 - t_1 - u / c^2 (x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{-u / c^2 (x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

Protože pouze první část čitatele výsledného zlomku je nulová, dostáváme celkem obecně **nenulový** výraz :

$$\boxed{\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{-u / c^2 (x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \neq 0}$$

V soustavě S' již tedy události **nejsou současné** , jedna z nich nastane dříve než druhá. Která z nich to bude, záleží na místech událostí a. na volbě soustavy S' (směru její unášivé rychlosti) :

Například pro $x_2 - x_1 > 0$ a $u > 0$ dostaneme (viz vzorec) : $t_2' - t_1' < 0$

a tedy $t_2' < t_1'$, nebo-li jako ***první se stane událost č. 2***

A jistě pro $u < 0$ to bude opačně, nebo-li ***první bude událost č. 1***

V různých souřadných soustavách může tedy jako první nastat kterákoliv z původně současných událostí. Lze proto obecně konstatovat :

Současnost nesoumístných událostí je relativní, tj. existuje pouze v jedné souřadné soustavě - v jiných soustavách pak tyto události současné nejsou.

Z výsledného vztahu ovšem vidíme, že existuje také **možnost** , aby byl časový interval **vždy nulový** - tj. aby události byly **vždy současné** - tak tomu bude jedině za platnosti podmínky :

$x_1 \;=\; x_2$,

nebo-li že obě události se stanou na **jednom místě** , tedy :

Pouze současnost soumístných událostí je absolutní - tj. tyto události jsou současné v každé souřadné soustavě.

Ten nejhorší problém už vlastně naznačují předchozí rovnice, zaslouží si však být uveden zcela samostatně :

4) Obrácení časového sledu událostí

Prozkoumejme nakonec dvě **nesoučasné nesoumístné události** v soustavě S . Jejich časoprostorové souřadnice budou opět obecně :

$(x_1,\; t_1)$ ……… událost č. 1 v soustavě S

$(x_2,\; t_2)$ ……… událost č. 2 v soustavě S

A **nesoučasnost** událostí lze potom charakterizovat **nerovností jejich časů** , jinak také **nenulovým časovým intervalem** :

$$\boxed{t_1 \neq t_2} \qquad\qquad \boxed{\Delta t = t_2 - t_1 \neq 0}$$

Předpokládejme například, že **jako první nastane událost č. 1** , tj. že bude platit :

$\boxed{t_1 < t_2}$ tedy také $\boxed{\Delta t = t_2 - t_1 > 0}$

Pro časový interval v soustavě S' pak z Lorentzových transformací dostaneme :

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{t_2 - u \cdot x_2 / c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - \frac{t_1 - u \cdot x_1 / c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{(t_2 - t_1) - u/c^2 (x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

První část čitatele výsledného zlomku již <u>není nulová</u> , ale podle předpokladu je to kladné číslo, druhý člen pak zřejmě může být kladný nebo záporný. Celý zlomek tedy může být **jak kladný, tak i záporný** (v závislosti na směru unášivé rychlosti soustavy S' a na místech událostí).

Právě druhá možnost je vysoce alarmující. Jestliže bychom totiž dostali záporný výsledek :

$\boxed{\Delta t' = t_2' - t_1' < 0}$ tedy také $\boxed{t_2' < t_1'}$

Pak to znamená, že existuje souřadná soustava, ve které **nejprve nastane událost č. 2** a teprve pak událost č. 1 – tedy že **časový sled událostí** je v této soustavě **opačný** .

Časový sled událostí obecně není absolutní - tj. existuje soustava souřadnic, ve které se události stanou v opačném pořadí.

Toto šokující zjištění je samozřejmě přímým důsledkem předchozí relativnosti současnosti a vyvolalo zejména mezi filozofy veliký rozruch.

Obecně je totiž možno rozlišit **dvě kategorie** událostí :

a) **Události bez vzájemného vztahu** .
b) **Události s kauzálním (příčinným) vztahem** - kdy první událost je <u>příčinou</u> a druhá událost je jejím <u>důsledkem</u>. Přitom doposud ještě nikdo nepopřel ***princip kauzality*** , který tvrdí, že vždy **příčina předchází** důsledku.

Celý **vývoj světa** , jeho historie, je vlastně neustálý, spojitý sled příčin a jejich následků. Pak se ovšem jako zcela absurdní jeví představa, že by v nějaké soustavě nejprve nastal důsledek a teprve potom by se udála jeho příčina …….

Skutečně by tedy historie mohla jít někde pozpátku ?

Prozkoumejme tento problém. Nejprve si položme otázku, zda je možno kauzalitu **popsat matematicky** ? Kupodivu je odpověď kladná :

Nutným předpokladem toho, aby události č.1 byla **příčinnou** a událost č.2 byla **jejím důsledkem** , je bezesporu to, aby <u>z místa</u> x_1 první události <u>do místa</u> x_2 události druhé dorazila nějaká **informace** o tom, co se v prvním místě stalo.

Teprve potom totiž může nastat ve druhém místě nějaká adekvátní reakce na první událost - například když v Sarajevu zastřelili Ferdinanda, tak teprve poté, až se to ve Vídni dozvěděli, mohl císař kvůli tomu vyhlásit válku.

Uvažme, že **nejrychlejší** možný přenos informace se realizuje elektromagnetickými vlnami **rychlostí světla** . Potom za předpokladu, že vzdálenost obou míst je x_2 - x_1 (předpokládejme > 0), bude **nejkratší** možná doba přenosu informace :

$$\boxed{\frac{x_2 - x_1}{c}}$$

A teprve **po uplynutí této doby** může nastat něco, co bude **souviset** s první událostí - co bude na ni nějak reagovat - jinak řečeno bude jejím **důsledkem**.

Časový rozdíl mezi kauzálními událostmi musí být tedy **větší než minimální doba přenosu informace** mezi místy těchto událostí :

$$\boxed{t_2 - t_1 > \frac{x_2 - x_1}{c}}$$

podmínka kauzality

Pravou stranu můžeme ještě zmenšit vynásobením číslem menším než jedna a nerovnost se nezmění :

$$t_2 - t_1 > \frac{x_2 - x_1}{c} \cdot \frac{u}{c}$$

A převedeme na levou stranu :

$$t_2 - t_1 - \frac{u}{c^2} \cdot (x_2 - x_1) > 0$$

Dostali jsme tak čitatel zlomku ze vztahu pro **časový interval** nesoumístných událostí v čárkované soustavě a protože jmenovatel je také kladný, bude tento časový intervalu také **vždy větší než nula** , tj. **první bude opět událost č. 1** :

$$\boxed{\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{(t_2 - t_1) - u/c^2 (x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} > 0}$$

O vývoj světa si tedy v teorii relativity nemusíme dělat starosti, časová posloupnost kauzálně spojených událostí se nemůže nikdy obrátit.

Speciální teorie relativity není v rozporu s principem kauzality

---

konec kapitoly

K. Rusňák, verze 03/2005

rev. 03/2007

20.6.2007 - oprava nerovností na str. 9